

SOMMAIRE

Préfaces	iii
Avant-propos	v
Sommaire	vii
1. Les stratégies de base	1
1.1. Le principe des tiroirs	1
Exercices	2
1.2. La récurrence	3
Exercices	5
1.3. La descente infinie	6
Exercices	7
1.4. Maximums et minimums	8
Exercices	9
1.5. Les invariants	10
Exercices	11
Solutions	13
2. Arithmétique	27
2.1. La division euclidienne	27
2.2. Plus grand commun diviseur, plus petit commun multiple	28
2.3. L'ensemble des nombres premiers	32
2.4. Le théorème fondamental de l'arithmétique	33
2.5. La relation de congruence	36
2.6. Les systèmes de résidus	37
2.7. Le petit théorème de Fermat, le théorème d'Euler	38
2.8. Le théorème chinois	41

2.9. Les équations diophantiennes	42
Exercices	45
Solutions	51
3. Suites et polynômes	71
3.1. Les suites numériques	71
3.1.1. Limite d'une suite	71
3.1.2. Suites adjacentes	74
3.1.3. Suites récurrentes	75
3.1.4. La suite de Fibonacci	77
Exercices	80
3.2. Les polynômes	83
3.2.1. L'anneau $\mathbb{K}[X]$	83
3.2.2. Racines d'un polynôme	85
3.2.3. Polynômes irréductibles de $\mathbb{K}[X]$	87
3.2.4. Les problèmes d'interpolation	89
Exercices	92
Solutions	96
4. Les inégalités	121
4.1. L'inégalité du réordonnement	122
4.2. L'inégalité de Chebychev	123
4.3. L'inégalité de la moyenne	124
4.4. L'inégalité de Cauchy-Schwarz	128
4.5. L'inégalité triangulaire	132
4.6. Les fonctions convexes	133
4.7. L'inégalité de Muirhead	139
4.8. Exemples particuliers	144
Exercices	147
Solutions	154
5. Analyse combinatoire	179
5.1. Dénombrement d'ensembles finis	179
5.2. Les identités combinatoires	184
5.3. Le principe d'inclusion et d'exclusion	192
5.4. Notions sur les graphes	196
5.5. Les problèmes de type Ramsey	199
5.6. Les fonctions génératrices	206
Exercices	211

Solutions	217
6. Géométrie	245
6.1. Formules fondamentales dans un triangle	245
6.2. Les transversales	250
6.3. Les quadrilatères	253
6.4. Puissance d'un point par rapport à un cercle	258
6.5. Géométrie dans le plan complexe	262
6.6. Les théorèmes isopérimétriques	264
Exercices	266
Solutions	273
Bibliographie	303
Notations utilisées	305
Index	307