

Table des matières

Avant-propos	iii
Avertissements	v
1 Les probabilités, mesure du hasard	1
1.1 L'espace fondamental des probabilités	1
1.1.1 Espaces probabilisables	1
1.1.2 Probabilités, espaces probabilisés	6
1.2 Exercices	10
2 Espaces et applications mesurables	25
2.1 Espaces mesurables	25
2.1.1 Familles particulières de parties d'un ensemble, tribu	25
2.1.2 Tribu de Borel	28
2.1.3 Semi-anneau booléen	31
2.2 Applications mesurables	32
2.2.1 Définition et propriétés	33
2.2.2 Fonctions numériques mesurables	37
2.3 Exercices	43
3 Mesures positives et intégrale de Lebesgue	63
3.1 Le problème de Lebesgue	63
3.2 Mesures positives	64
3.2.1 Définition et propriétés des mesures positives . . .	64
3.2.2 Construction d'une mesure	67
3.3 L'intégrale de Lebesgue	72
3.3.1 Intégrale supérieure des fonctions numériques me-	
surables positives	72
3.3.2 Le théorème de convergence monotone	75
3.3.3 Fonctions numériques (complexes) intégrables . .	84

3.3.4	Le théorème de convergence dominée	88
3.4	Fonctions F définies par une intégrale	95
3.4.1	Étude de la continuité de F	96
3.4.2	Étude de la dérivabilité de F	97
3.4.3	Étude de l'intégrabilité de F	99
3.5	Exercices	101
4	Mesures à densité, mesures images, mesure produit	165
4.1	Mesures définies par les densités	165
4.2	Mesures images	167
4.3	Mesure produit	172
4.4	Exercices	176
	Symboles utilisés	201
	Bibliographie	205
	Index	207