

Sommaire

Premier semestre

Logique – Raisonnement

1	Prouver une inégalité	11
2	Prouver une équivalence	16
3	Raisonnement par l'absurde	21
4	Raisonnement par récurrence simple	25
5	Raisonnement par récurrence multiple	29

Calculs

6	Simplifier une expression contenant des fractions	33
7	Simplifier une expression contenant des puissances	37
8	Résoudre une équation simple	40
9	Résoudre une inéquation simple	46
10	Résoudre une équation se ramenant à une équation du second degré	52
11	Résoudre une inéquation se ramenant à une inéquation du second degré	57
12	Manipuler les valeurs absolues	62
13	Manipuler les factorielles et les coefficients binomiaux	66
14	Calculer une somme à l'aide de sommes connues	70
15	Effectuer un changement d'indice dans une somme	75
16	Calculer une somme télescopique	80
17	Utiliser la formule du binôme de Newton	84
18	Calculer une somme double	88

Systemes linéaires

19	Résoudre un système linéaire	93
20	Résoudre un système linéaire à paramètre(s)	99

Polynômes

21	Pratiquer la division euclidienne	105
22	Factoriser un polynôme	109
23	Montrer qu'un polynôme est nul	112

Calcul matriciel

24	Calculer une puissance de matrice avec la formule du binôme	115
25	Calculer une puissance de matrice avec un polynôme annulateur	120
26	Calculer une puissance de matrice en l'écrivant PDP^{-1}	124
27	Étudier l'inversibilité d'une matrice (presque) sans calcul	128
28	Étudier l'inversibilité d'une matrice avec la méthode du pivot	132

Suites réelles

29	Étudier une suite arithmétique	136
30	Étudier une suite géométrique	140
31	Étudier une suite arithmético-géométrique	143
32	Étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2	146
33	Calculer la limite d'une suite	149
34	Calculer la limite d'une suite par encadrement ou par comparaison	155
35	Utiliser le théorème de la limite monotone pour une suite	159
36	Utiliser le théorème des suites adjacentes	163

Limites et étude locale d'une fonction d'une variable réelle

37	Calculer la limite d'une fonction (sans indétermination)	166
38	Calculer la limite d'une fonction (avec indétermination)	172
39	Montrer qu'une fonction est continue en un point	178

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle

40	Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction	182
41	Déterminer les variations d'une fonction	186
42	Étudier la parité d'une fonction	191
43	Étudier une fonction définie avec des puissances entières	194

Les grands théorèmes sur les fonctions et leurs conséquences

44	Mettre en oeuvre le théorème de la bijection	198
45	Construire le tableau de variation de la fonction réciproque d'une fonction bijective	201
46	Calculer la fonction réciproque d'une fonction bijective	205
47	Étudier une suite implicite avec l'aide de la fonction réciproque d'une bijection	209
48	Étudier une suite implicite sans l'aide de la fonction réciproque d'une bijection	214

Généralités sur les probabilités

49	Calculer des probabilités en comptant les résultats de l'expérience (équiprobabilité)	219
50	Écrire un événement avec des réunions, intersections ou complémentaires	224
51	Calculer la probabilité d'une intersection finie	227
52	Calculer la probabilité d'une réunion finie	231
53	Appliquer la formule des probabilités totales	235

Deuxième semestre

Compléments d'analyse

54	Montrer qu'une fonction est dérivable en un point	242
55	Étudier et utiliser la convexité d'une fonction	247
56	Étudier une fonction définie avec des puissances réelles	251
57	Utiliser l'inégalité des accroissements finis	256

Séries numériques

58	Étudier la nature d'une série à l'aide de ses sommes partielles	260
59	Étudier la nature d'une série à l'aide de séries connues	264

Intégration sur un segment

60	Calculer une intégrale en trouvant une primitive	268
61	Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties	273
62	Calculer une intégrale à l'aide d'un changement de variable	276
63	Étudier une suite définie par une intégrale	279
64	Étudier une intégrale fonction de sa borne supérieure	283
65	Étudier une intégrale dont les bornes sont des fonctions	288
66	Reconnaître une somme de Riemann et calculer sa limite	292

Intégration sur un intervalle quelconque

67	Étudier la nature d'une intégrale généralisée	295
68	Étudier la nature d'une intégrale deux fois généralisée	299

Variables aléatoires discrètes finies

69	Déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète finie	304
----	---	-----

70	Calculer l'espérance d'une variable aléatoire discrète finie	309
71	Calculer la variance d'une variable aléatoire discrète finie	312
72	Reconnaître une loi binomiale	316

Probabilités sur un univers dénombrable

73	Calculer la probabilité d'une réunion infinie	320
74	Calculer la probabilité d'une intersection infinie	325

Variables aléatoires discrètes infinies

75	Calculer, si elle existe, l'espérance d'une variable aléatoire discrète infinie	329
76	Calculer, si elle existe, la variance d'une variable aléatoire discrète infinie	334
77	Reconnaître une loi géométrique	338
78	Utiliser le système complet d'événements associé à une variable aléatoire discrète	343
79	Exploiter le lien entre $P(X=k)$, $P(X>k)$ et $P(X<k)$	348

Variables aléatoires à densité

80	Montrer qu'une variable aléatoire est à densité et en déterminer une densité	353
81	Montrer qu'une fonction est une densité et calculer la fonction de répartition associée	356
82	Calculer, si elle existe, l'espérance d'une variable aléatoire à densité	361
83	Utiliser la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite	365
84	Déterminer la loi d'une transformée affine d'une variable aléatoire à densité	369

Espaces vectoriels

85	Montrer qu'un vecteur s'écrit comme combinaison linéaire d'autres vecteurs	372
86	Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un espace de matrices colonnes	377
87	Trouver une famille génératrice d'un sous-espace vectoriel	382
88	Simplifier l'écriture d'un espace vectoriel exprimé sous la forme d'un Vect	387

Applications linéaires

89	Montrer qu'une application est linéaire	391
90	Déterminer le noyau d'une application linéaire	395
91	Déterminer l'image d'une application linéaire	399