

Table des matières

Avant-propos	v
Avant-propos mathématique	xi
Conseils méthodologiques	xv
Remerciements	xx
Mode d'emploi d'un exercice	xxi
1 Premières notions d'algèbre linéaire	1
1 Révisions sur les notions d'image et de noyau	2
2 Fonction multiplicative sur les matrices	8
3 Identité matricielle de Woodbury	12
4 Un espace de matrices	18
5 Rang de la somme de matrices	26
6 Produits de matrices rectangulaires et rang	33
2 Diagonalisation	41
7 Trinôme d'endomorphisme	42
8 Commutant de rang 1	46
9 Diagonalisabilité par blocs (première version)	50
10 Diagonalisabilité par blocs (seconde version)	59
11 Matrices anti-diagonales	65
3 Applications linéaires	73
12 Formes linéaires sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$	74
13 Espace des matrices qui commutent avec une matrice donnée	78

14	Endomorphisme sur l'espace des polynômes	84
15	Endomorphismes sur un espace vectoriel de fonctions	89
16	Autour de la règle de Descartes	96
4	Polynômes, nombres complexes	101
17	Polynômes et équations fonctionnelles	102
18	Polynômes vérifiant une équation	111
19	Polynômes stables	116
20	Inégalité arithmético-géométrique pour des complexes	121
5	Suites numériques	127
21	Convergence d'une suite récurrente	128
22	Équivalent pour une suite récurrente	132
23	Suite définie par une relation de récurrence variant avec n . . .	135
24	Développement asymptotique de la solution d'une équation . . .	140
6	Séries numériques	147
25	Autour de la série harmonique	148
26	Autour de l'irrationalité de e	152
27	Une série de produits pour l'urne de Pólya	156
28	Chemins auto-évitants NOE	163
7	Continuité, dérivabilité	173
29	Fonction définie par une intégrale à paramètre	174
30	Fonctions réciproques et intégration	178
31	Inégalité de Jensen	186
32	Espérance, médiane, médiale	192
33	Ensembles de fonctions définis par une contrainte simple	201
34	Racines carrées de matrices	218
35	Continuité de Cesàro	223
8	Intégration	231
36	Une suite d'intégrales	232
37	Intégration et combinatoire	239
38	Lemme de Stein et moments de la loi normale	248
9	Fonctions de plusieurs variables	257
39	Minimum global d'une fonction de deux variables	259
40	Optimisation de prix de vente	265
41	Anniversaires	271
42	Optimisation sous contrainte	279

10	Dénombrement	291
43	Tirage de boules restantes	292
44	Suites croissantes	298
45	Ensembles finis aléatoires	306
46	Rang des matrices 2×2 à coefficients dans $\{0, 1\}$	311
47	Matrices stochastiques et dénombrement	319
11	Variables aléatoires discrètes : conditionnement	325
48	Combat de dés	326
49	Loi uniforme discrète et série harmonique	334
50	Espérance du cardinal d'un ensemble aléatoire	340
51	Photomaton et enveloppe de Snell	347
12	Variables aléatoires continues	355
52	Jeu d'uniformes	356
53	Prix aléatoire	363
54	Ventes aléatoires	367
55	Comparaison de deux stratégies d'investissement	372
13	Suites de variables aléatoires	381
56	Minimum et produit de variables uniformes	382
57	Nombre poissonnien de tirages avec remise	397
58	Un modèle d'action	409
59	Une file d'attente inhabituelle	415
60	Temps d'attente d'une combinaison	425
14	Statistique	439
61	« Rule of three »	440
62	Combien reste-t-il d'erreurs ?	447
63	Extrêmes de la loi exponentielle	454
64	Statistiques de rang et intervalle de confiance	462
65	Estimation d'une probabilité de déviation de la loi normale	475
66	Estimateur de Haldane	487
	Références	495
	Index	497