

Table des matières

1	Raisonnement et vocabulaire ensembliste	5
1.1	Rudiments de logique	5
1.1.1	Assertions	5
1.1.2	Modes de raisonnement	6
1.2	Ensembles	7
1.3	Applications et relations	9
1.4	Exercices	15
1.4.1	Exercices de base	15
1.4.2	Exercices d'assimilation	23
1.4.3	Exercices d'entraînement	26
1.4.4	Exercices d'approfondissement	27
2	Calculs algébriques	29
2.1	Sommes simples	29
2.2	La formule du binôme de Newton	30
2.3	Produits simples	31
2.4	Sommes doubles	31
2.5	Systèmes linéaires	32
2.6	Exercices	34
2.6.1	Exercices de base	34
2.6.2	Exercices d'assimilation	43
2.6.3	Exercices d'entraînement	47
3	Nombres complexes et trigonométrie	51
3.1	Nombres complexes	51
3.2	Nombres complexes de module 1	52
3.3	Fonction exponentielle complexe	53
3.4	Applications à la trigonométrie	54

3.5	Argument d'un nombre complexe	55
3.6	Racines n -ièmes d'un nombre complexe	56
3.7	Nombres complexes et géométrie	57
3.8	Exercices	58
3.8.1	Exercices de base	58
3.8.2	Exercices d'assimilation	78
3.8.3	Exercices d'entraînement	86
3.8.4	Exercices d'approfondissement	110
4	Arithmétique	117
4.1	Division euclidienne dans \mathbb{Z}	117
4.2	PGCD et PPCM	117
4.3	Nombres premiers	119
4.4	Congruence	120
4.5	Exercices	121
4.5.1	Exercices de base	121
4.5.2	Exercices d'assimilation	130
4.5.3	Exercices d'entraînement	139
4.5.4	Exercices d'approfondissement	146
5	Structures algébriques usuelles	171
5.1	Loi de composition interne	171
5.2	Groupe	171
5.3	Morphisme de groupes	173
5.4	Anneau	174
5.5	Corps	175
5.6	Exercices	176
5.6.1	Exercices de base	176
5.6.2	Exercices d'assimilation	189
5.6.3	Exercices d'entraînement	195
5.6.4	Exercices d'approfondissement	205
6	Polynômes et fractions rationnelles	211
6.1	Polynômes	211
6.1.1	Généralités	211
6.1.2	Racines d'un polynôme	212
6.1.3	Polynômes irréductibles dans $\mathbb{K}[X]$	213
6.1.4	Dérivation des polynômes. Formule de Taylor	213
6.1.5	Fonctions symétriques élémentaires	214

6.1.6	Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	214
6.2	Fractions rationnelles	215
6.3	Exercices	217
6.3.1	Exercices de base	217
6.3.2	Exercices d'assimilation	221
6.3.3	Exercices d'entraînement	239
6.3.4	Exercices d'approfondissement	272
7	Espaces vectoriels. Applications linéaires	299
7.1	Famille libres. Familles génératrices. Bases	299
7.2	Somme de sous-espaces vectoriels	300
7.3	Théorème du rang	302
7.4	Formes linéaires. Hyperplans	303
7.5	Matrices	304
7.6	Sous-espaces affines d'un espace vectoriel	306
7.7	Systèmes linéaires	307
7.7.1	Opérations élémentaires	307
7.7.2	Systèmes linéaires	307
7.7.3	Interprétation	308
7.7.4	Résolution	308
7.8	Exercices	310
7.8.1	Exercices de base	310
7.8.2	Exercices d'assimilation	312
7.8.3	Exercices d'entraînement	352
7.8.4	Exercices d'approfondissement	367
8	Groupe symétrique. Déterminant	371
8.1	Groupe symétrique	371
8.1.1	Cycle et transposition	371
8.1.2	Signature d'une permutation	374
8.2	Déterminants	375
8.2.1	Généralités. Définitions	375
8.2.2	Compléments : déterminants et géométrie euclidienne	377
8.3	Exercices	379
8.3.1	Exercices de base	379
8.3.2	Exercices d'assimilation	384
8.3.3	Exercices d'entraînement	396
8.3.4	Exercices d'approfondissement	420

9	Espaces préhilbertiens réels	429
9.1	Produit scalaire	429
9.2	Orthogonalité	430
9.3	Espaces euclidiens	431
9.4	Projecteurs et symétries orthogonaux	432
9.5	Hyperplans affines d'un espace euclidien	433
9.6	Endomorphismes orthogonaux	434
9.7	Groupe orthogonal	435
9.7.1	Groupe orthogonal en dimension 2	436
9.7.2	Groupe orthogonal en dimension 3	437
9.8	Exercices	439
9.8.1	Exercices de base	439
9.8.2	Exercices d'assimilation	445
9.8.3	Exercices d'entraînement	455
9.8.4	Exercices d'approfondissement	473