

Table des matières

1	FONCTIONS CONVEXES	5
1.1	Barycentres et convexité	5
1.2	Fonctions convexes d'une variable réelle	6
1.3	Convexité et dérivabilité	7
1.4	Quelques inégalités de convexité	8
1.5	Exercices	9
1.5.1	Exercices de base	9
1.5.2	Exercices d'assimilation	11
1.5.3	Exercices d'entraînement	14
1.5.4	Exercices d'approfondissement	21
2	TOPOLOGIE DES ESPACES NORMÉS	29
2.1	Normes. Généralités	29
2.2	Topologie	31
2.3	Continuité. Continuité uniforme	33
2.4	Compacité	36
2.5	Espaces vectoriels normés de dimension finie	36
2.6	Connexité par arcs	37
2.7	Exercices	38
2.7.1	Exercices de base	38
2.7.2	Exercices d'assimilation	56
2.7.3	Exercices d'entraînement	82
2.7.4	Exercices d'approfondissement	104
3	SÉRIES NUMÉRIQUES ET VECTORIELLES	117
3.1	Généralités	117

3.2	Séries à termes dans \mathbb{R}_+	119
3.3	Séries absolument convergentes	120
3.4	Séries alternées	122
3.5	Comparaison avec une intégrale	123
3.6	Familles sommables	123
3.7	Séries doubles	126
3.8	Exercices	127
3.8.1	Exercices de base	127
3.8.2	Exercices d'assimilation	132
3.8.3	Exercices d'entraînement	145
3.8.4	Exercices d'approfondissement	155
4	SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS	161
4.1	Suites de fonctions	161
4.1.1	Convergence simple. Convergence uniforme	161
4.1.2	Continuité, intégration et dérivation	162
4.1.3	Approximation uniforme	163
4.2	Séries de fonctions	163
4.2.1	Convergence simple. Convergence uniforme	164
4.2.2	Continuité, intégration et dérivation	165
4.3	Exercices	167
4.3.1	Exercices de base	167
4.3.2	Exercices d'assimilation	174
4.3.3	Exercices d'entraînement	184
4.3.4	Exercices d'approfondissement	206
5	FONCTIONS VECTORIELLES. ARCS PARAMÉTRÉS	237
5.1	Dérivation	237
5.2	Primitive et intégrale	239
5.3	Formules de Taylor	242
5.4	Arcs paramétrés	243
5.5	Exercices	247
5.5.1	Exercices de base	247
5.5.2	Exercices d'assimilation	255
5.5.3	Exercices d'entraînement	257
5.5.4	Exercices d'approfondissement	279

6	INTÉGRATION SUR UN INTERVALLE QUELCONQUE	293
6.1	Intégration sur un intervalle quelconque	293
6.2	Théorème de convergence dominée	294
6.3	Intégrale dépendant d'un paramètre	296
6.4	Exercices	298
6.4.1	Exercices de base	298
6.4.2	Exercices d'assimilation	307
6.4.3	Exercices d'entraînement	320
6.4.4	Exercices d'approfondissement	348
7	SÉRIES ENTIÈRES	369
7.1	Rayon de convergence	369
7.2	Fonctions définies par une série entière	371
7.3	Développement d'une fonction en série entière	372
7.4	Exponentielle complexe	373
7.5	Exercices	374
7.5.1	Exercices de bases	374
7.5.2	Exercices d'assimilation	378
7.5.3	Exercices d'entraînement	393
7.5.4	Exercices d'approfondissement	421
8	VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES	431
8.1	Espaces probabilisés	431
8.1.1	Événements	431
8.1.2	Probabilité	432
8.2	Probabilité conditionnelle et indépendance	433
8.3	VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES	435
8.3.1	Espérance	435
8.3.2	Variance et écart-type	436
8.4	Lois discrètes usuelles	438
8.5	Fonction génératrice	439
8.6	Couples de variables aléatoires	440
8.7	Exercices	443
8.7.1	Exercices de base	443
8.7.2	Exercices d'assimilation	460
8.7.3	Exercices d'entraînement	474
8.7.4	Exercices d'approfondissement	480

9	ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES	485
9.1	Équations différentielles linéaires d'ordre 1	485
9.2	Exponentielle d'un endomorphisme	486
9.3	Équations différentielles linéaires du second degré	488
9.4	Exercices	489
9.4.1	Exercices de base	489
9.4.2	Exercices d'assimilation	492
9.4.3	Exercices d'entraînement	503
9.4.4	Exercices d'approfondissement	521
10	CALCUL DIFFÉRENTIEL	537
10.1	Différentielle. Fonctions de classe \mathcal{C}^1	537
10.2	Matrice jacobienne, composition et difféomorphisme	538
10.3	Fonctions numériques de classe \mathcal{C}^1	540
10.4	Dérivées partielles d'ordre supérieur	541
10.5	Exercices	543
10.5.1	Exercices de base	543
10.5.2	Exercices d'assimilation	545
10.5.3	Exercices d'entraînement	556
10.5.4	Exercices d'approfondissement	573