

# Table des matières

<b>1</b>	<b>STRUCTURES ALGÈBRIQUES USUELLES</b>	<b>3</b>
1.1	Groupes et sous-groupes . . . . .	3
1.2	Morphismes de groupes . . . . .	5
1.3	Groupes monogènes et cycliques . . . . .	6
1.4	Ordre d'un élément dans un groupe . . . . .	7
1.5	Anneaux . . . . .	9
1.6	Idéaux d'un anneau commutatif . . . . .	11
1.7	Les anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . . . . .	12
1.8	Anneaux de polynômes à une indéterminée . . . . .	13
1.9	Algèbre linéaire sur un sous-corps de $\mathbb{C}$ . . . . .	14
1.10	Algèbres . . . . .	14
1.11	Exercices . . . . .	16
1.11.1	Exercices de base . . . . .	16
1.11.2	Exercices d'assimilation . . . . .	34
1.11.3	Exercices d'entraînement . . . . .	65
1.11.4	Exercices d'approfondissement . . . . .	112
<b>2</b>	<b>RÉDUCTION D'ENDOMORPHISMES</b>	<b>165</b>
2.1	Sous-espaces stables . . . . .	165
2.2	Éléments propres d'un endomorphisme . . . . .	166
2.3	Polynôme caractéristique . . . . .	167
2.4	Endomorphismes diagonalisables . . . . .	168
2.5	Polynômes d'endomorphismes . . . . .	169
2.5.1	Polynômes d'endomorphismes . . . . .	169
2.5.2	Polynôme annulateur, polynôme minimal . . . . .	170
2.6	Trigonalisation. Diagonalisation . . . . .	171

2.7	Exercices . . . . .	173
2.7.1	Exercices de base . . . . .	173
2.7.2	Exercices d'assimilation . . . . .	181
2.7.3	Exercices d'entraînement . . . . .	224
2.7.4	Exercices d'approfondissement . . . . .	295
<b>3</b>	<b>ENDOMORPHISMES DES ESPACES EUCLIDIENS</b>	<b>341</b>
3.1	Espaces préhilbertiens . . . . .	341
3.1.1	Formes bilinéaires symétriques . . . . .	341
3.1.2	Produit scalaire. Orthogonalité . . . . .	342
3.1.3	Bases orthonormales. Projection orthogonale . . . . .	344
3.2	Endomorphismes d'un espace euclidien . . . . .	345
3.3	Endomorphismes symétriques . . . . .	346
3.3.1	Endomorphismes symétriques définis positifs . . . . .	346
3.4	Endomorphismes orthogonaux . . . . .	347
3.5	Réduction des endomorphismes symétriques . . . . .	349
3.6	Réduction des endomorphismes normaux . . . . .	350
3.7	Endomorphisme autoadjoint. Forme bilinéaire . . . . .	351
3.8	Exercices . . . . .	353
3.8.1	Exercices de base . . . . .	353
3.8.2	Exercices d'assimilation . . . . .	374
3.8.3	Exercices d'entraînement . . . . .	417
3.8.4	Exercices d'approfondissement . . . . .	469