

❖ p 25

$$Z(f) = X(f) * Y(f) = \int_{\mathbb{R}} X(v)Y(f - v)dv$$

❖ p 29

$$\int_{\mathbb{R}} x(t)y^*(t)dt = \dots$$

$$= \text{TF}[x(t)y^*(t)]|_{f=0} = X(f) * Y^*(-f)|_{f=0} = \int_{\mathbb{R}} X(v)Y^*(-(f - v))dv|_{f=0}$$

❖ p 31

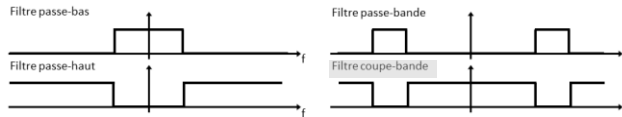
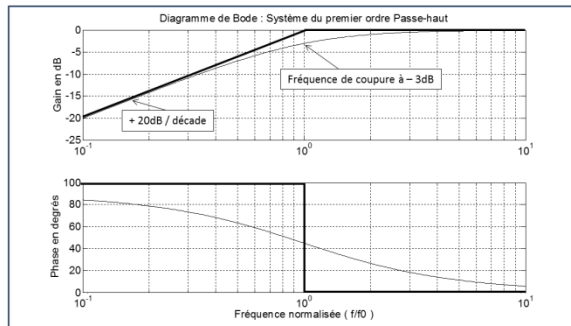


Figure I.22

❖ p 32



❖ p 46

$$E_{x_T^n} = T^2 \int_{-\frac{n}{T}}^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(\pi f T) df = \frac{2E_x}{\pi} \int_0^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(v) dv = \frac{2E_x}{\pi} \text{Si}(2n\pi)$$

❖ p 46

$$E_{x_T^n} = T^2 \int_{-\frac{n}{T}}^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(\pi f T) df = 2T^2 \int_0^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(\pi f T) df = \frac{2T^2}{\pi T} \int_0^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(\pi f T) d(\pi f T) = \frac{2T}{\pi} \int_0^{\frac{n}{T}} \text{sinc}^2(u) du$$

❖ p 73

Transformée de Fourier Discrète

TFD : $\{nT_s\} \leftrightarrow \{kf\}$

$n, k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$

$\Delta f = F_s/N$

❖ p 85

$$\text{Res}[X(z)z^{n-1}, z = a = \text{pôle d'ordre 1}] = \lim_{z \rightarrow a} \{(z - a)X(z)z^{n-1}\}$$

❖ p 95

Figure III.33. Illustration du principe de calcul de la FFT

❖ p 133

A performances identiques (pour des spécifications en amplitude données par exemple) l'ordre d'un RIF est en général plus élevé que l'ordre d'un RII, ce qui signifie que la réalisation RIF sera plus complexe (nombre de coefficients à calculer, capacité de mémorisation, rapidité des calculs logiciels ou matériels).

❖ p 137

2.2. Présentation du formalisme mathématique

Un processus aléatoire (PA) ou processus stochastique est un ensemble de signaux similaires tous générés par le même phénomène. Pour modéliser ces signaux, la notion de processus aléatoire qui associe à chaque épreuve une réalisation est utilisée. La réalisation n'est alors plus une valeur comme dans le cas des variables aléatoires (exemple du "jet de dé"), mais une fonction dépendant d'un ou plusieurs paramètres, ici et dans la suite, la variable temps t .

Un processus aléatoire est défini mathématiquement comme une famille de fonctions réelles ou complexes, scalaires ou vectorielles, dépendant de deux variables, le temps t et l'épreuve aléatoire ω de l'expérience Ω , et est noté de la façon suivante : $\underline{x}(t, \omega) = \{x(t, \omega_i)\}$.

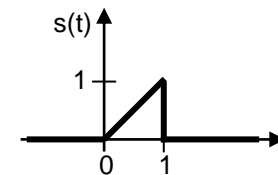
Un signal aléatoire (SA) doit être considéré comme une réalisation particulière d'un processus aléatoire noté $x(t, \omega_i) = x_i(t)$ qui dépend du temps t pour une épreuve aléatoire ω_i fixée.

A chaque instant t_i , le processus aléatoire se réduit à une variable aléatoire (VA) $\underline{x}(t_i, \omega) = \underline{x}(t_i)$ qui parcourt l'expérience Ω à l'instant t_i donné.

❖ p 151

$$E[\underline{x} \cdot \underline{y}] = \iint_{\mathbb{R}^2} \underline{x} \cdot \underline{y} p_{\underline{x}, \underline{y}}(x, y) dx dy = \int_{\mathbb{R}} \underline{x} p_{\underline{x}}(x) dx \cdot \int_{\mathbb{R}} \underline{y} p_{\underline{y}}(y) dy = E[\underline{x}] \cdot E[\underline{y}]$$

❖ p 170



❖ p 172

Etude du spectre d'un signal carré périodique, à moyenne nulle, de rapport cyclique $1/2$, de fréquence f_0 , de période $T_0 = 1/f_0$ et d'amplitude crête à crête E , avec un oscilloscope numérique de fréquence d'échantillonnage $F_e = 15 \text{ MHz}$ équipé d'un module de calcul « FFT ».

1) En français,

11) Décrire l'allure du spectre théorique de ce signal carré défini.

12) Décrire l'allure du spectre du signal carré tronqué (c.-à-d. observé sur une durée finie).

13) Décrire l'allure du spectre du signal carré tronqué et échantillonné.

2) Déterminer les expressions analytiques suivantes (en simplifiant les expressions ; notamment les expressions finales ne feront plus apparaître les éventuels produits de convolution) :

21) Spectre théorique du signal carré ;

22) Spectre du signal carré tronqué par une fenêtre rectangulaire (fenêtre considérée par défaut dans la suite) ;

23) Spectre du signal carré tronqué et échantillonné, c.-à-d. celui vu à travers l'oscilloscope.

3) Représenter sur des schémas différents,

31) Le module du spectre théorique du signal carré sur l'intervalle $[-12F_0, 12F_0]$; les raies en dehors de cet intervalle seront considérées alors négligeables dans la suite ;

32) Le module du spectre du signal carré tronqué en supposant que l'on considère trois périodes du signal carré lors de l'apodisation, sur l'intervalle $[-8F_0, 8F_0]$;

33) Le module du spectre du signal carré tronqué et échantillonné en supposant que l'on considère un très grand nombre de périodes du signal carré (de telle sorte à ne pas tenir compte de la modification des raies) sur l'intervalle $[0, 3F_0]$ en considérant $T_e = T_0/12$, puis $T_0/11$.

4) Conclure quant au phénomène de repliement de spectre.

5) Expliquer l'origine des différentes raies présentes sur la Figure VI.6 dans le cas d'un signal carré de fréquence 200 kHz observé à l'aide du module « FFT » de l'oscilloscope. Quelle est la façon la plus simple en pratique pour obtenir le spectre attendu ?

❖ Erratum : index

Ergodisme p 154