

■ 1 ■

Circuits magnétiques

CIRCUITS MAGNETIQUES : DEFINITION

Un circuit magnétique est un circuit constitué d'un ou plusieurs matériaux dont au moins un est magnétique.

Si ce circuit boucle sur lui-même, il est fermé.

Exemples :

- un solénoïde à noyau de fer est un circuit ouvert ;
- un tore même avec un entrefer est un circuit fermé.

EXCITATION MAGNETIQUE, CHAMP MAGNETIQUE, THEOREME D'AMPERE

► Définition

Tout conducteur parcouru par un courant crée une excitation magnétique \vec{H} et un champ magnétique \vec{B} .

Ces deux vecteurs sont liés par la relation :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I est la perméabilité relative de l'air, μ_r la perméabilité relative du milieu considéré ($\mu_r = 1$ pour les matériaux non magnétiques). Rigoureusement cette relation est matricielle pour les matériaux magnétiques car ils ne sont pas isotropes.

Dans le cas des matériaux isotropes, B et H sont colinéaires. Dans le cas particuliers des matériaux linéaires, μ_r est une constante. Dans le cas des matériaux magnétiques, μ_r n'est pas constante. On verra plus loin la relation liant \vec{B} et \vec{H} suivant une direction pour les matériaux ferromagnétiques.

► Propriété

Dans le cas des matériaux magnétiques usuels de l'électrotechnique (ferro et ferrimagnétiques), $\mu_r > 1$, ces matériaux canalisent le champ magnétique.

Dans un premier temps nous supposons que la relation entre B et H est celle de la figure 1.

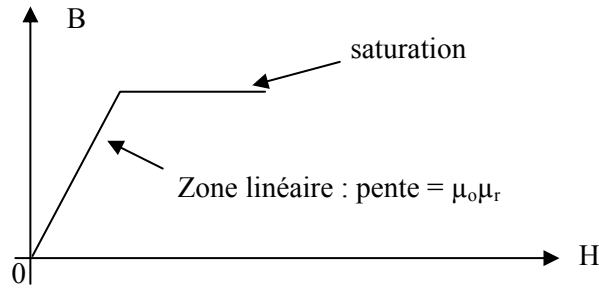


Figure 1

▶ **Direction de \vec{H}**

– Cas d'un conducteur infiniment long :
 H est orthoradial, son amplitude diminue lorsque l'on s'éloigne du conducteur (figure 2).

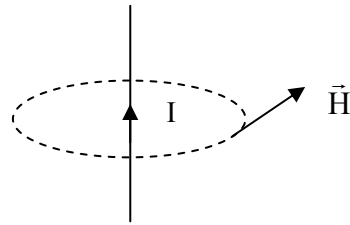


Figure 2

– Cas d'une spire ou d'un enroulement :
 « règle du tire bouchon » :

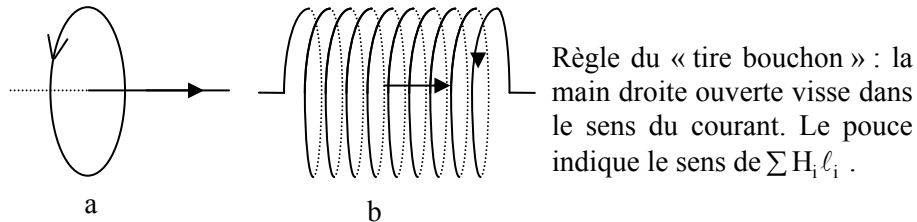


Figure 3 : Sens et direction de l'excitation créée par :
 (a) : une spire, (b) : un enroulement

▶ **Théorème d'Ampère**

Soit un circuit magnétique fermé (cf. fig. 4) constitué de plusieurs matériaux, autour duquel sont bobinés plusieurs enroulements uniformément répartis (on les regroupera par souci de clarté sur la figure 4). Chaque enroulement crée une excitation et un champ magnétique. L'excitation magnétique résultante, dont on aura au préalable déterminé la direction et le sens, prendra des valeurs différentes suivant la nature du matériau traversé. Soit ℓ_i la longueur moyenne de chaque matériau alors :

$$\sum_i H_i \ell_i = \sum NI$$

Les ampères-tours (NI) ainsi que $H_i \ell_i$ seront définis de manière algébrique. Il faut imposer un sens positif.

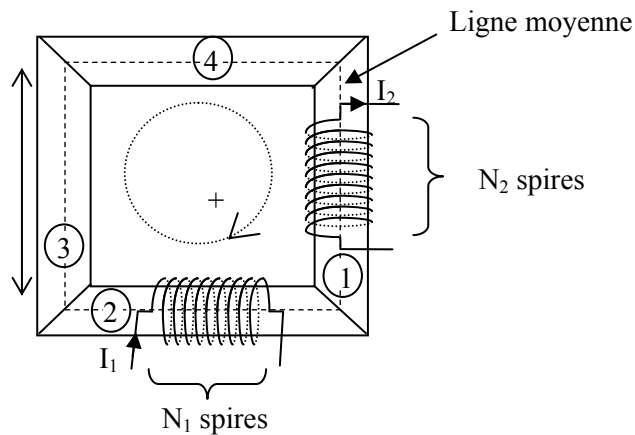


Figure 4

Méthode :

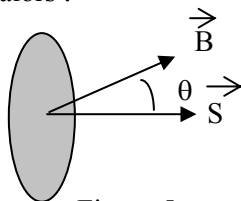
- On impose un sens positif.
- N_1 crée un champ dans le sens positif, $N_1 I_1$ sera compté positivement. Inversement pour N_2 .
- On décompose $\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{\mu_0 \mu_{r1} S_1}$ suivant la nature du circuit magnétique.
- On a alors : $H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_3 \ell_3 + H_4 \ell_4 = N_1 I_1 - N_2 I_2$.

L'air est un milieu magnétique. Un circuit avec un (ou plusieurs) entrefer(s) est un circuit magnétique fermé.

Cas particulier du solénoïde (N spires) de longueur L : $H = \frac{NI}{L}$.

FLUX MAGNETIQUE

On définit le flux de \vec{B} à travers une surface préalablement orientée. On a alors :



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta$$

ϕ est une grandeur algébrique ($\phi > 0$ s'il s'agit d'un flux entrant).

Figure 5

Dans le cas d'un circuit similaire à celui de la figure 4, B et S sont colinéaires et $\phi = B.S$.

Propriété : le flux est conservatif.

Dans le cas de la figure 4, cela se traduit par $B_1 S_1 = B_2 S_2 = B_3 S_3 = B_4 S_4$. Si la section reste inchangée alors B sera le même en n'importe quel point du circuit magnétique.

Dans le cas d'un seul enroulement et à section constante, B est proportionnel au flux, H au courant. La courbe flux courant a donc la même allure que la courbe $B = f(H)$ de la figure 1.

MODELE LINEAIRE DU CIRCUIT MAGNETIQUE. THEOREME D'HOPKINSON

Le circuit magnétique, constitué d'un seul matériau est considéré comme linéaire. La perméabilité est constante et on néglige la saturation. La section du circuit est supposée constante.

Le champ magnétique B est alors le même en tout point du circuit, ce qui permet de remanier le théorème d'Ampère en remplaçant H par : $\frac{BS}{\mu_0\mu_r}$. Il devient :

$$\phi \underbrace{\frac{1}{\mu_0\mu_r S}}_{\mathfrak{R}} = \underbrace{\sum NI}_{\varepsilon}. \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0\mu_r S} \text{ est la réluctance du circuit magnétique, } \varepsilon \text{ est la}$$

force magnétomotrice.

▶ Association de circuits magnétiques

a) Type parallèle

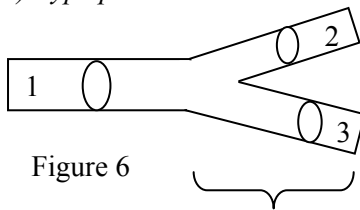


Figure 6

Circuit A

Soient S_1, S_2, S_3 les sections respectives des circuit 1, 2, 3 et $\mu_{r1}, \mu_{r2}, \mu_{r3}$ leur perméabilité respective, $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \mathfrak{R}_3$ leur réluctances respectives :

$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{\mu_0\mu_{r1}S_1}$ (même relation pour les matériaux 2 et 3) alors la réluctance équivalente du circuit A est :

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_B} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}$$

b) Type série

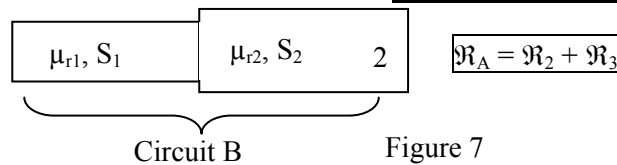


Figure 7

Si la perméabilité est infinie (hypothèse généralement admise pour des matériaux magnétiques usuels de l'électrotechnique), $\mathfrak{R} = 0$ et $\sum NI = 0$ (cette propriété est à l'origine de la relation entre les courants pour les transformateurs parfaits).

On peut généraliser la relation flux, réluctance force magnétomotrice :

$$\mathfrak{R}\phi = \sum NI \text{ (théorème d'Hopkinson)}$$

► Inductance

Dans le cas d'un circuit magnétique linéaire avec un bobinage unidirectionnel en courant :

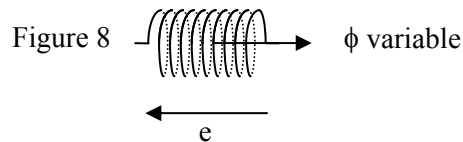
ϕ et I sont proportionnels. On définit le flux total traversant les N spires de l'enroulement : $\phi_t = N\phi$. On a alors : $L = \frac{\phi_t}{I} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$. Soit :

$$\boxed{\phi_t = LI}$$

Dans la zone de saturation on peut encore parler d'inductance. Elle est cependant nulle.

► Loi de Lenz

Soit un enroulement comportant N spires traversé par un flux variable. Il apparaît à ces bornes une force électromotrice induite :



$$e = -\frac{d\phi_t}{dt} = -N \frac{d\phi}{dt}$$

Si l'enroulement est connecté à une charge, il débitera un courant i . Si au contraire, l'enroulement est alimenté par un courant i et à ses bornes une tension v (convention récepteur), il crée un flux ϕ tel que : $v = N \frac{d\phi}{dt}$.

Dans le cas d'un circuit linéaire, compte tenu de la relation établie entre ϕ et i :

$$v = L \frac{di}{dt}$$

► Energie emmagasinée

Lorsque le courant varie de 0 à I (le flux de 0 à ϕ), le circuit magnétique (ici bobine) emmagasine l'énergie :

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \text{ (cf. figure 9)}$$

Applications : alimentation à découpage isolée, transformateur d'impulsions.

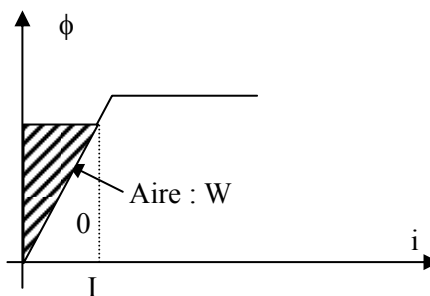
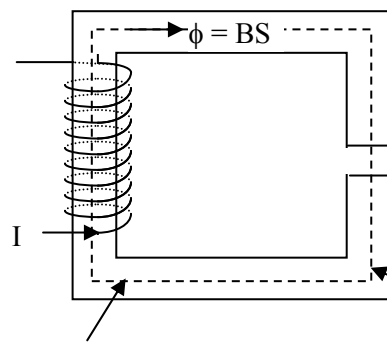


Figure 9

APPLICATION A UN CIRCUIT AVEC ENTREFER

Soit le circuit avec entrefer de la figure 10. D'après les différents théorèmes et propriétés évoquées ci-dessus :



Entrefer :

- épaisseur e ,
- section S ,
- perméabilité μ_0
- H_m, B_m .

Matériau magnétique :

- longueur ℓ
- section S
- perméabilité $\mu = \mu_0 \mu_r$
- H_a, B_a .

Ligne de champ moyenne Figure 10

– Théorème d'Ampère : $H_a e + H_m \ell = NI$

– La section est la même sur tout le circuit $\Rightarrow B_a = B_m = B$

$$\Rightarrow \mu_0 H_a = \mu_0 \mu_r H_m$$

En remplaçant H par B et en introduisant la section :

$$BS \left(\frac{e}{\mu_0 S} + \frac{\ell}{\mu_0 \mu_r S} \right) = NI$$

Remarques :

- la perméabilité équivalente du système est plus faible ;
- si la perméabilité relative du matériau est très supérieure à 1, alors H_m est considéré comme nul. Toute l'énergie est stockée dans l'entrefer ;
- si la caractéristique du matériau est celle de la figure 9, la caractéristique du circuit s'aplatit (cf. fig. 11). L'inductance du circuit augmente. Pour un même flux, l'énergie stockée sera plus importante, c'est le principe de réalisation des inductances de lissages.

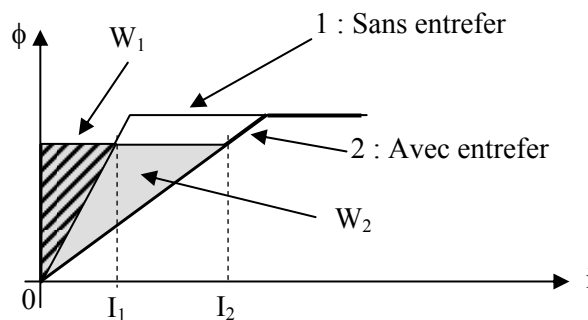


Figure 11 : influence de l'entrefer

CIRCUIT MAGNETIQUE EN REGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL

► Flux forcé : relation de Boucherot

Le circuit magnétique est placé à l'intérieur d'une bobine de N spires soumise à une tension v sinusoïdale de fréquence f (pulsation ω : $v(t) = V\sqrt{2} \sin \omega t$), alors le flux qui traverse le circuit est lui aussi sinusoïdal et la relation qui lie la valeur efficace de la tension et le flux maximum est :

$$V = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N f \hat{\phi} = 4,44 N \hat{B} S f \quad (\text{relation de Boucherot})$$

► Conséquence

– Le champ magnétique dans une bobine, à fréquence fixée, est proportionnel à la tension d'alimentation.

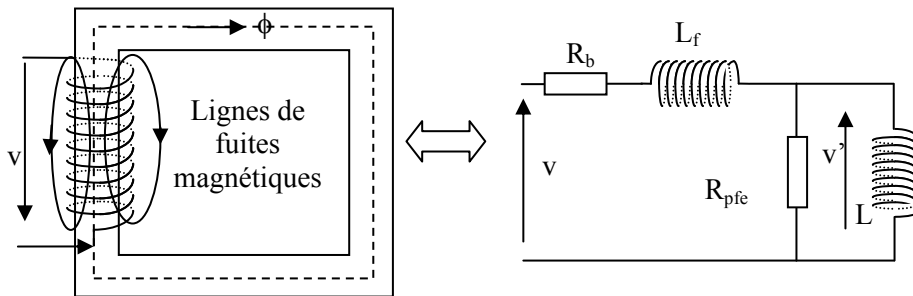
– Pertes fer : pour un circuit de volume V , on sépare généralement les pertes dans un matériau magnétique en des pertes par hystérésis d'expression $P_h = k_h V f B^n$ (n et k_h dépendent du matériau et n est voisin de 2) et pertes par courant de Foucault d'expression $P_{cf} = k_{cf} f^2 B^2$ (prédominantes à hautes fréquences).

On appelle pertes fer :

$$P_{\text{fer}} = P_{cf} + P_h$$

On les considèrera comme proportionnelles au carré du champ magnétique. A fréquence fixée, compte tenu de la relation de Boucherot, les pertes fer seront proportionnelles au carré de la valeur efficace de la tension d'alimentation.

► Modèle équivalent de la bobine à noyau de fer dans le cas linéaire

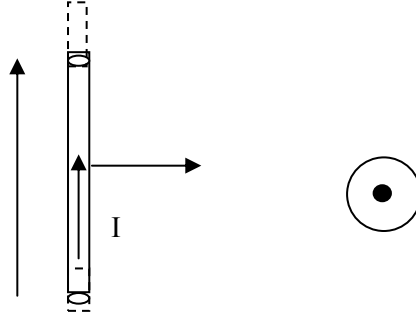


L est l'inductance réelle de la bobine ; L_f caractérise les fuites magnétiques ; R_b est la résistance de l'enroulement.

R_{pfe} caractérise les pertes fer : $P_{\text{fer}} = \frac{V^2}{R_{pfe}}$.

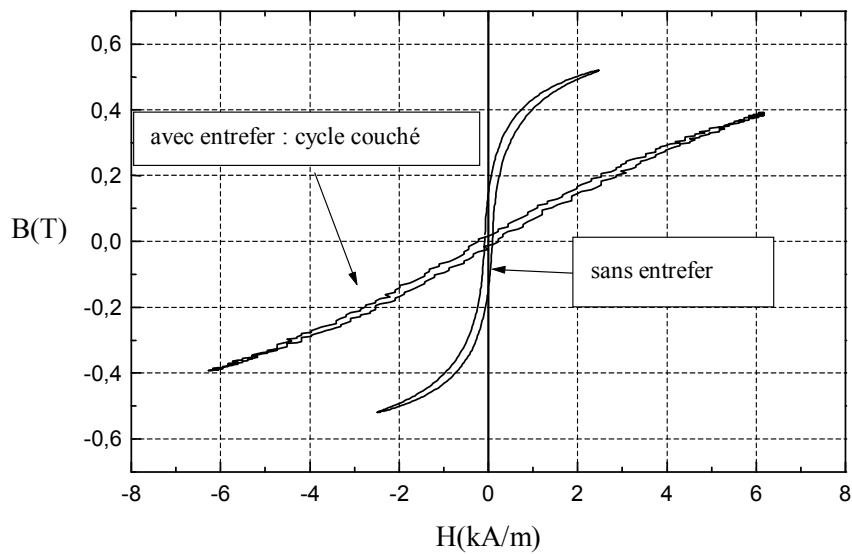
► Force de Laplace

Tout conducteur de longueur l parcouru par un courant I , placé dans un champ magnétique \vec{B} est soumis à une force : $\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$ (force de Laplace).



► Matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques n'ont pas un comportement linéaire la plupart du temps. Leur comportement est caractérisé par leur cycle d'hystérésis (qui évolue avec la fréquence).



Conséquence : déformation du courant primaire à vide dans un transformateur.

Matériaux de l'électrotechniques :

- Ferromagnétiques : tôles fer silicium pour les machines et transformateur. Ces matériaux ne peuvent pas être utilisés en hautes fréquences à cause des pertes fer.
- Ferrimagnétiques : les ferrites, utilisés en hautes fréquences pour les transformateurs, les inductances de lissage, les sondes de courant.