

Les fractales, faisons connaissance

Qu'est-ce qu'une fractale ?

Une définition exhaustive est difficile...

Un objet fractal a une structure qui se divise (se répète) à l'infini, auto-similaire.

Quand on « plonge » dans la figure, on voit apparaître des détails de plus en plus fins, aussi fins qu'on voudra.

Quand on « zoome » à un endroit de la fractale, on retrouve la même structure d'ensemble.

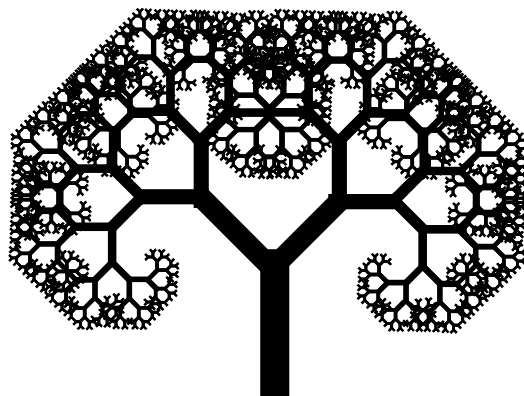
Pour construire une fractale, on décrit un protocole, qu'on **itère** autant de fois qu'on voudra. À chaque nouvelle itération, la figure fractale se construit plus finement.

Plan

1. Un arbre fractal
2. Un escalier fractal
3. L'escalier du diable
4. Le problème d'Apollonios
5. Une fraction particulière
6. Les saucisses de Minkowski

1. Un arbre fractal

Voici un arbre. Montrez qu'il a une structure fractale.

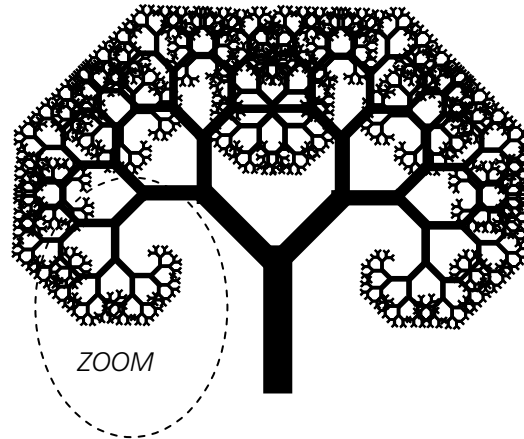


Pour cela, dessinez le motif qui se répète.

Votre réponse

Solution

On zoome à un endroit quelconque de l'objet.



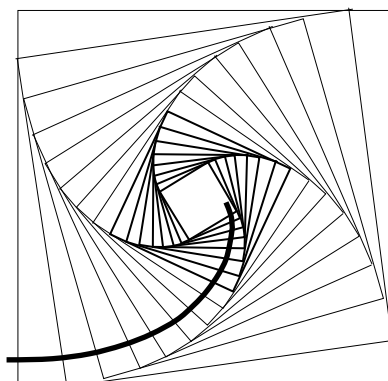
*On voit que la structure du détail zoomé est la même que celle de l'ensemble.
Le motif qui se répète est le suivant.*



Ce motif présente différentes tailles et orientations, selon l'endroit de l'arbre où il se situe.

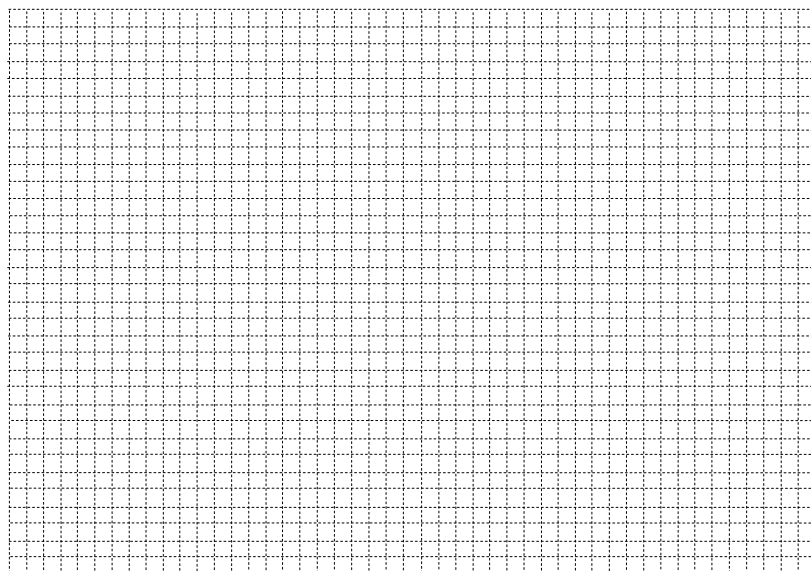
2. Un escalier fractal

Voici ce qui paraît bien être un escalier vu de haut, avec sa rampe.



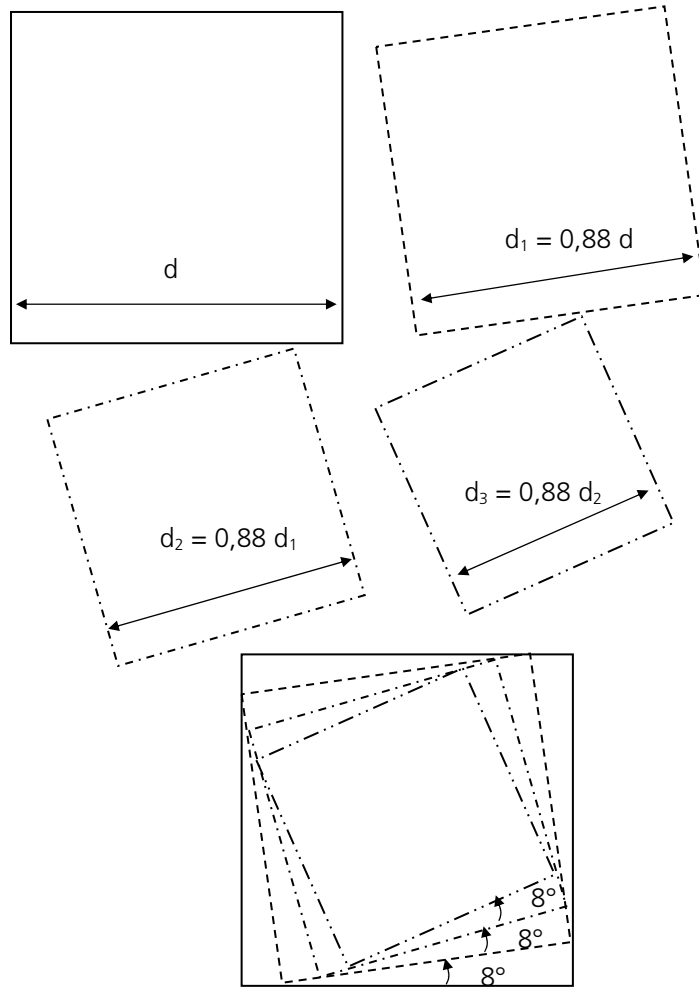
Dessinez le motif qui se répète à l'infini et décrivez le processus itératif.

Votre réponse



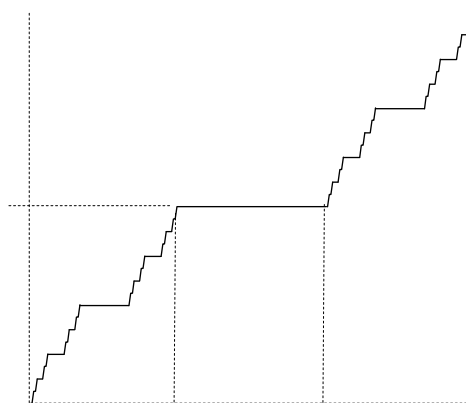
Solution

On part du grand carré. Il se répète, similaire à lui-même. On le reproduit, à une échelle plus petite de 88 % et tourné toujours du même angle égal à 8° .

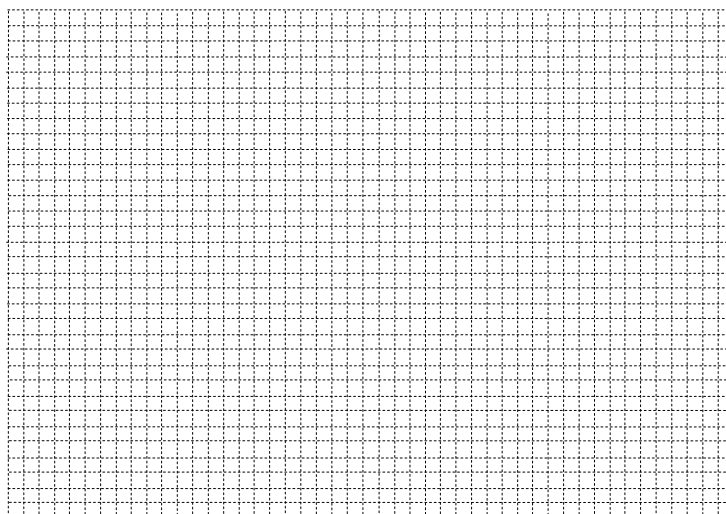


3. L'escalier du diable

Voici un escalier un peu particulier. Voyez-vous sa structure fractale ?
À votre avis, pourquoi l'appelle-t-on « escalier du diable » ?

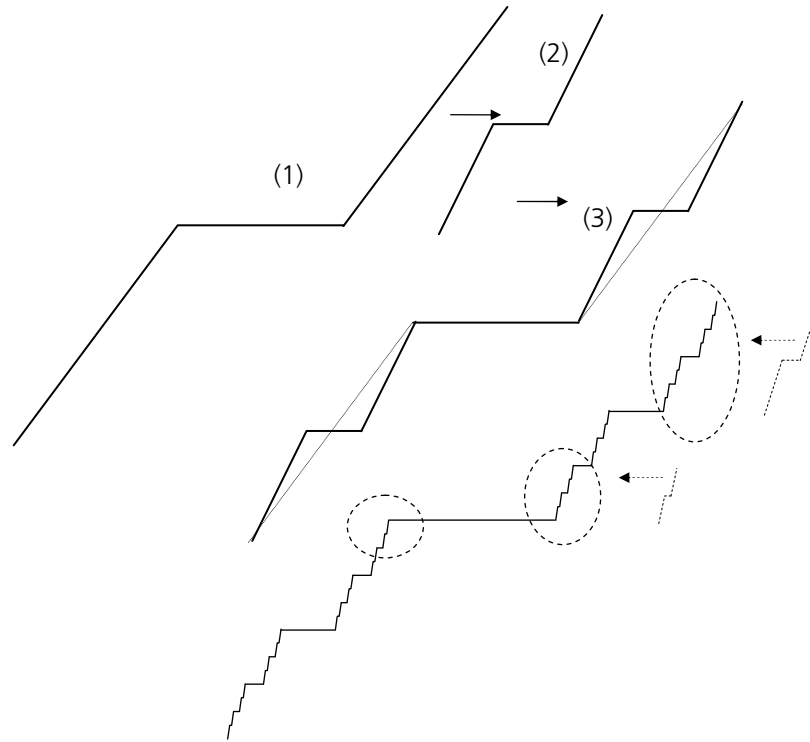


Votre réponse



Solution

La structure suivante (1) se répète, similaire à elle-même avec un rapport d'échelle de $1/2$ verticalement et de $1/3$ horizontalement.



Dans cet escalier, à la limite, il y a une infinité de marches ; plus on zoome, plus les marches sont nombreuses et petites, et plus la pente de l'escalier est raide.

Il est difficile d'arriver en haut d'un tel escalier...