

1. Les fractions

1. Pourquoi des fractions ?

Une fraction indique une division pas effectuée :

$$a \div b = \frac{a}{b}.$$

Pourquoi ne la fait-on pas cette division ?

C'est une bonne question. Il y a plusieurs bonnes raisons.

La première est qu'une division peut ne pas tomber juste.

On n'écrit pas $\frac{1}{3} = 0,3$ car c'est faux.

► Question 1

Que peut-on écrire du même genre mais qui soit vrai ?

 $\frac{1}{3} \approx$ _____ ou $\frac{1}{3} =$ _____

Une deuxième raison est qu'une fraction est plus parlante qu'un nombre à virgule.

Il est plus simple de dire un demi-gâteau $\left(\frac{1}{2} \text{ gâteau}\right)$ que 0,5 gâteau, ou une demi-

heure $\left(\frac{1}{2} \text{ heure}\right)$ que 0,5 heure. Tu te vois dire : il est 17,5 heures ?

Question 2

Peux-tu mettre les heures suivantes en minutes ?

 $\frac{1}{2}$ heure = _____ minutes

$\frac{1}{3}$ heure = _____ minutes

$\frac{2}{5}$ heure = _____ minutes

Une troisième raison : il est plus simple de faire des opérations sur les fractions que sur les nombres à virgule.

Il est plus simple d'effectuer $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ que $0,5 \times 0,333333\ldots$

Si on pose cette multiplication entre nombres à virgules il faudrait commencer à droite mais la droite est très loin, à l'infini, car il y a une infinité de 3.

Question 3

Effectue à la main les opérations suivantes :

 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$ _____

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$ _____

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$ _____

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} =$ _____

2. Certaines fractions

Certaines divisions donnent des résultats simples.

Par exemple, $\frac{a}{a} = 1$; « en a combien de fois a , il y va une fois ».

Mais aussi : $\frac{a}{1} = a$ (tout nombre a peut s'écrire comme la fraction : $\frac{a}{1}$), $\frac{0}{b} = 0$,
 $\frac{ab}{b} = a$ (en simplifiant par b).

Question 4

Peux-tu donner de tête les résultats des divisions suivantes :

 $\frac{7}{7} =$ _____	$\frac{11}{1} =$ _____
$\frac{0}{127} =$ _____	$\frac{2a}{a} =$ _____
$\frac{120}{12} =$ _____	$\frac{0,9}{9} =$ _____
$\frac{6}{60} =$ _____	

Attention !

Question 5

Il y a des divisions impossibles, donc des fractions impossibles.
 Lesquelles ?

 _____

3. Changer l'écriture d'une fraction

Une fraction a plusieurs manières de s'écrire, plusieurs habits.

On ne change pas une fraction en multipliant en haut et en bas par un même nombre.

Par exemple, $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$, si on décide de multiplier haut et bas par 2.

Rappelons que le haut et le bas s'appellent le numérateur et le dénominateur.

La règle, en écriture mathématique, est : $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$, en multipliant haut et bas par c .

On ne change pas non plus une fraction en divisant en haut et en bas par un même nombre.

Par exemple, $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$, si on décide de diviser haut et bas par 2.

La règle, en écriture mathématique, est : $\frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$, en divisant haut et bas par c .

C'est comme ça qu'une fraction devient irréductible.

Une fraction irréductible est une fraction de nombres entiers qui ne peut plus se simplifier.

Par exemple, $\frac{210}{490} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7}$, en simplifiant par 10 puis par 7.

Question 6

Rendre irréductibles les fractions suivantes :

 $\frac{36}{330} =$ _____

$\frac{12,5}{50} =$ _____

$\frac{0,27}{1,2} =$ _____

Question 7

La fraction $\frac{52}{39}$ est-elle irréductible ?

 _____

4. Retrouver une fraction irréductible

Une division donne un résultat à virgule.

Mais sais-tu, à partir du résultat, retrouver la fraction irréductible qui lui est égale.

Par exemple, $0,4 = \frac{0,4}{1}$, mais cette fraction n'est pas irréductible à cause de la virgule ; il n'y a pas de virgule dans une fraction irréductible.

Il ne faut donc pas s'arrêter à $\frac{0,4}{1}$, mais continuer son chemin : $0,4 = \frac{0,4}{1} = \frac{4}{10}$, en multipliant haut et bas par 10 ; plus de virgule !

Puis $0,4 = \frac{0,4}{1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, en simplifiant par 2.

Finalement, $0,4 = \frac{2}{5}$; le nombre 0,4 est égal à la fraction irréductible $\frac{2}{5}$.

► Question 8

Quelle est la fraction irréductible égale à 0,24 ?

 $0,24 =$ _____

► Question 9

Quelle est la fraction irréductible égale à 2,025 ?

 $2,025 =$ _____

► Question 10, plus compliquée

Soit le nombre $x = 0,181818.....$ (éternellement des 18 !).
Calcule $100x$ puis $100x - x$. Déduis-en x en fraction irréductible.

 $100x =$ _____
 $100x - x =$ _____
Donc,
 $x =$ _____

► Question 11

Quelle est la fraction irréductible égale à 12,66666... (éternellement des 6) ?

 _____

5. Reconnaître des fractions égales

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égales si et seulement si $a \times d = b \times c$.

Pour s'en rappeler : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$, on dit que les fractions sont égales si les produits en croix sont égaux, $a \times d = b \times c$.
Expliquons pourquoi.

Prenons les deux fractions et mettons-les au même dénominateur $b \times d$:

$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd} \text{ et } \frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}.$$

Les deux fractions $\frac{ad}{bd}$ et $\frac{bc}{bd}$ ont le même dénominateur. Elles seront égales si elles ont le même numérateur, c'est-à-dire si $ad = bc$.

Question 12

Les fractions $\frac{129}{144}$ et $\frac{473}{528}$ sont-elles égales ?



Question 13

Il y a un entier x tel que $\frac{117}{91} = \frac{x}{98}$.

Trouve l'entier inconnu x .



Question 14

Deux nombres x et y vérifient la relation : $315x = 168y$.

Calcule $\frac{x}{y}$ sous forme de fraction irréductible.



$\frac{x}{y} =$ _____

6. Les opérations entre fractions

Rappelons comment on effectue les quatre opérations élémentaires entre des fractions :

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} + \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{ad + bc}{bd}$, il faut réduire au même dénominateur.
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times d} - \frac{b \times c}{b \times d} = \frac{ad - bc}{bd}$, il faut aussi réduire au même dénominateur.
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$, inutile de réduire au même dénominateur.
- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$, on multiplie la première fraction par l'inverse de la deuxième fraction.

Question 15

Calculer (les résultats devront être des fractions irréductibles) :

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{5}{8} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \frac{2}{5} - \frac{5}{8} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \frac{2}{5} \times \frac{5}{8} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \frac{2}{5} \div \frac{5}{8} &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Question 16

Même question avec :

$$\begin{aligned} 2 + \frac{4}{3} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 2 - \frac{4}{3} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 2 \times \frac{4}{3} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 2 \div \frac{4}{3} &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

► Question 17

Soit un nombre a .

Comment écrire l'inverse de a ?



Comment écrire l'opposé de a ?



Comment écrire l'opposé de l'inverse de a ?



Comment écrire l'inverse de l'opposé de a ?



Que remarques-tu ?



7. Lignes avec plusieurs calculs

Rappelons que, dans une suite de calculs, les multiplications et les divisions sont prioritaires sur les additions et les soustractions.

A part ça, priorité est toujours donnée aux parenthèses les plus petites.

► Question 18

Calculer (les résultats devront être des fractions irréductibles) :



$$5 - 3 \times \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5 - 3) \times \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\frac{1}{3} - 1}{\frac{4}{3} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$$