

MATÉRIAUX ARTIFICIELS : MÉTAMATÉRIAUX ET CRISTAUX PHOTONIQUES

Cours et exercices corrigés

Olivier Vanbésien



MATÉRIAUX ARTIFICIELS : MÉTAMATÉRIAUX ET CRISTAUX PHOTONIQUES

Cours et exercices corrigés

Olivier Vanbésien



Collection Formations & Techniques

dirigée par Paul de Laboulaye

paul.delaboulaye@editions-ellipses.fr

Retrouvez tous les titres de la collection et des extraits sur www.editions-ellipses.fr



ISBN 9782340-118980

Dépôt légal : octobre 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.

8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Introduction

Le sujet des « matériaux artificiels », métamatériaux et cristaux photoniques, s'est développé rapidement depuis le début du XXI^e siècle avec des propositions d'applications amenant, dans le monde réel, des objets jusque-là réservés au domaine de la science-fiction. L'un des sujets les plus excitants, mais prêtant également à controverse, concerne la notion « d'invisibilité ». Après une présentation séminale, sérieuse, de ce qui fut appelée « cape d'invisibilité » (à la Harry Potter), dispositif permettant de cacher un petit objet de quelques centimètres à une onde incidente monochromatique en micro-ondes, on a pu voir fleurir nombre de vidéos et de documents depuis quelques années, sur internet et les réseaux sociaux, dont beaucoup se sont révélés des faux et des impostures ! Si les plus grosses supercheries sont faciles à détecter avec un bagage minimum de connaissances et un peu de bon sens, c'est parfois plus difficile dès lors que peuvent rentrer en jeu des intérêts économiques et/ou militaires. La communauté scientifique, même si elle s'en défend, n'est pas exempte de responsabilités dans la circulation intensive d'informations pour le moins approximatives, voire parfois fallacieuses, à la limite de l'honnêteté. En effet, pour financer la recherche, il est nécessaire aujourd'hui de présenter aux instances, privées et/ou publiques, des projets bien ficelés. Et pour « gagner » face à ses concurrents, la tentation est forte (et souvent franchie) de « vendre la lune » en extrapolant les résultats réellement attendus en quelques images fortes, mais peu réalistes, faisant rêver les investisseurs. Et ce sont ces images-là qui, ensuite, se diffusent très largement dans les réseaux de tout type et finissent par devenir « vraies », en dépit de toute réalité objective. Revenir en arrière est alors toujours un exercice délicat, pourtant souvent bien nécessaire, pour remettre à jour les connaissances et possibilités ouvertes par les progrès scientifiques réels.

Écrire un ouvrage pour l'enseignement (argumenté et sérieux) sur de tels sujets, devient alors un défi relativement complexe, car il sera probablement décevant dans ses conclusions par rapport aux potentielles attentes du lecteur. Pourtant, il se doit de montrer l'ensemble des possibles et laisser place à l'imagination et à l'inventivité. Ce sont les fondements même d'une recherche s'appuyant sur un tissu de connaissances reconnues. C'est dans ce contexte que s'inscrit l'ouvrage que vous vous apprêtez à lire. Il vise un lectorat de type fin de licence ou début du niveau master (en sciences ou sciences appliquées), trois ou quatre années après l'entrée à l'université. Il n'est pas forcément grand public (au sens de la vulgarisation scientifique) et suppose un minimum d'acquis et de connaissances dans plusieurs domaines de la physique théorique et de la physique appliquée, notamment l'électromagnétisme, l'optique ou encore l'électronique. Néanmoins, il n'est pas nécessaire d'être un spécialiste de tous ces domaines. L'ouvrage veut permettre d'atteindre une compréhension supplémentaire de celle qui pourrait être obtenue par l'utilisation raisonnée, via des prompts bien rédigés, d'un outil d'intelligence artificielle générative.

Le spectre couvert par ces « matériaux artificiels », non seulement d'un point de vue fréquence ou longueur d'onde, mais également d'un point de vue domaine d'applications, est extrêmement large. En conséquence, une bonne maîtrise de la thématique nécessite un effort, parfois difficile, consistant à savoir mettre en commun des notions venant d'horizons disciplinaires parfois éloignés pour faire émerger de nouvelles idées que l'on peut espérer réellement innovantes. Cela doit se faire également en osant la croisée des thématiques, une certaine interdisciplinarité pour dépasser la simple optimisation d'un procédé ou d'une application et proposer une vraie création. Le raisonnement est valable aussi bien sur les concepts (théories et modèles), sur la fabrication (filères technologiques) que sur les techniques de mesure (caractérisation) selon l'échelle temporelle ou dimensionnelle visée par l'application.

L'idée de ce livre est donc de donner une vision générale de la thématique des « matériaux artificiels », avec la présentation des concepts fondamentaux illustrés par des exercices corrigés (tant que la manipulation analytique reste raisonnable). Au-delà de cette partie conceptuelle, un large tour d'horizon des applications potentielles, des microondes à l'optique, sur le contrôle de la propagation des ondes est proposé. Un questionnaire à choix multiple, pour s'auto-évaluer, clôt l'ouvrage afin de mesurer le degré d'acquisition des notions présentées tout au long des chapitres. Les réponses commentées aux différentes questions, renvoyant aux chapitres concernés, permettent enfin au lecteur d'approfondir ses connaissances par l'ouvrage ou par le recours à d'autres sources d'informations. D'un point de vue pédagogique, dans chaque thématique, la démarche consiste d'abord à la contextualiser par la présentation de modèles standards, tels que des lois comportementales, puis d'étendre le domaine de validité de ces modèles à leurs limites théoriques. On espère alors que le monde physique puisse suivre en permettant la mesure de ces concepts étendus pour créer des applications les exploitant. Plus simple que la « cape d'invisibilité », l'illustration la plus populaire de cette démarche est la notion de « lentille parfaite » à pouvoir de résolution infini. Elle est basée sur le concept de réfraction négative, donc de perméabilité et permittivité effectives simultanément négatives, ce qui n'est pas le comportement usuel d'un matériau ordinaire. Néanmoins, cela peut potentiellement être créé artificiellement en exploitant le comportement fréquentiel de structures à particules métalliques... Est-ce vraiment réalisable ? Sous quelles conditions et hypothèses ? Pour quelles ondes ? Voilà quelques questions, parmi de nombreuses autres, auquel cet ouvrage va tenter de répondre.

L'ouvrage est divisé en trois parties, présentant successivement une « approche conceptuelle » puis une « approche fonctionnelle » et enfin des exercices applicatifs. En cinq chapitres, dans la première partie, seront abordés : (1) les concepts de base sur les matériaux artificiels périodiques et la réfraction anormale, (2) la description des matériaux en termes de paramètres effectifs et les différentes manières de les définir, (3) l'approche métamatériau via l'ingénierie de permittivité et de perméabilité, (4) l'approche cristal photonique via l'ingénierie de structures de bandes et (5) l'approche optique de transformation pour une ingénierie localisée des paramètres

matériaux. La deuxième partie propose une approche fonctionnelle exploitant les concepts de la première partie en quatre grands secteurs applicatifs : (1) dans le domaine du guidage, (2) dans le domaine du filtrage et du routage, (3) dans le domaine des antennes et (4) dans le domaine de la détection et de l'imagerie. En troisième partie, sont proposés dix-huit exercices corrigés illustrant principalement les concepts de la première partie mais aussi avec quelques incursions dans le domaine applicatif. Pour conclure, un questionnaire à choix multiple de quarante questions, corrigées et commentées, synthétise les principales notions évoquées tout au long de l'ouvrage.

Si l'ouvrage proposé possède un spectre large, il n'est pourtant pas exhaustif et ne prétend pas refléter l'ensemble des recherches sur les métamatériaux et cristaux photoniques menées ces dernières décennies. Une simple recherche sur le sujet par un moteur de recherche classique, nul besoin pour cela de recourir à l'intelligence artificielle, permettra d'entrevoir l'immense champ des possibilités offertes par l'usinage et/ou l'assemblage de matériaux, à toute échelle, pour atteindre un contrôle sans cesse plus maîtrisé de la propagation des ondes électromagnétiques et/ou optiques. Si la lecture du présent ouvrage permet de susciter l'intérêt, d'éveiller la curiosité pour avoir envie d'aller plus loin encore dans le développement d'applications originales, alors sa mission aura été remplie !

Table des matières

PREMIERE PARTIE : APPROCHE CONCEPTUELLE	13
<i>Chapitre 1 – Concepts de base</i>	<i>15</i>
I. Matériaux artificiels	15
I.1 Définitions	15
I.2 Matériaux artificiels périodiques	16
I.3 Réfraction anormale	17
II. Matériaux homogènes : paramètres effectifs	17
II.1 Approche électromagnétique	18
II.2 Approche en optique géométrique	19
II.3 Application : la lentille plate	20
II.4 Non idéalité : anisotropie, dispersion et pertes	23
II.4.a Anisotropie	23
II.4.b Dispersion	23
II.4.c Pertes	24
III. Conclusion	24
<i>Chapitre 2 – Description des matériaux</i>	<i>27</i>
I. Contexte	27
I.1 Métamatériaux versus cristaux électromagnétiques/photoniques	27
I.2 Le diagramme de dispersion $\omega(\vec{k})$	27
I.3 L'approche numérique pour l'extraction de paramètres	29
II. Techniques d'homogénéisation – Extraction de paramètres	30
II.1 Principes	30
II.2 Modèle 1 : Ligne de propagation	31
II.3 Modèle 2 : Champs électromagnétiques locaux	35
II.4 Modèles alternatifs	36
II.4.a Étude du déphasage	36
II.4.b Généralisation à la matrice de répartition	37
III. Conclusion	37
<i>Chapitre 3 – L'approche métamatériau : ingénierie de permittivité et de perméabilité</i>	<i>39</i>
I. Introduction	39
II. Approche quasi-analytique	39
II.1 Ingénierie de permittivité : modèle de Drude	39
II.2 Ingénierie de perméabilité : le modèle de Lorentz	41
II.3 Métamatériau doublement négatif : superposition	42
III. Prototypage : matériau main gauche	44
III.1 Réseaux imbriqués	45

III.1.a Réseau filaire métallique	45
III.1.b Résonateur magnétique en anneau fendu	46
III.1.c Métamatériau doublement négatif	47
III.2 Réseaux combinés	48
III.2.a La particule Ω : cellule élémentaire	48
III.2.b Métamatériau doublement négatif	49
III.3 Réseaux imbriqués versus réseaux combinés	52
III.4 Approche alternative : résonances de Mie	53
<i>Chapitre 4 – L’approche cristal photonique : ingénierie de structures de bandes</i>	55
I. Introduction	55
II. Outil d’étude : la structure de bandes	56
II.1 Approche unidimensionnelle	56
II.2 Modélisation des cristaux photoniques : approche générale	58
III. Cristaux photoniques bidimensionnels	60
III.1 Qu’est-ce qu’un cristal 2D1/2 ?	61
III.2 Étude paramétrique	62
III.2.a Modes de propagation	62
III.2.b Éléments de cristallographie	62
III.2.c Réseau carré – approche duale	64
III.2.d Réseau triangulaire – réfraction anormale	65
III.2.e Anisotropie dans les cristaux photoniques	67
III.2.f Une bande interdite complète ?	69
III.3 Extraction de paramètres effectifs	70
III.3.a Constante de propagation	71
III.3.b Paramètres effectifs	73
III.3.c Bilan partiel	74
<i>Chapitre 5 – L’optique de transformation</i>	77
I. Introduction	77
II. Transformation conforme	78
III. Dispositifs réalisables	81
III.1 Dispositifs d’invisibilité et d’imbrication	81
III.2 Dispositifs à espace imaginaire	83
III.3 Dispositifs à espace négatif	85
IV. En pratique	86
DEUXIEME PARTIE : APPROCHE FONCTIONNELLE	87
<i>Chapitre 6 – Dans le domaine du guidage</i>	89
I. Introduction	89
II. Le guidage dans les cristaux photoniques	89
II.1 Défauts ponctuels et étendus dans les cristaux photoniques	89
II.2 Microcavités en cristal photonique	91
II.2.a Étude modale de H_1	91

II.2.b Application : émission de lumière	93
II.3 Défauts étendus pour le guidage	93
II.3.a Principe de fonctionnement	93
II.3.b Étude bidimensionnelle du guide W_1	95
II.3.c Pertes dans les guides : cône de lumière et modes de fuite	97
II.3.d Ralentir la lumière	99
II.3.e Bilan	100
III. Approche métamatériau : ligne de propagation au THz	100
III.1 Concepts	100
III.2 Dimensionnement et fabrication	103
III.3 Caractérisation	105
IV. Contrôle localisé de la propagation	106
IV.1 Exploiter l'anisotropie : l'auto-collimation	106
IV.2 Les cristaux photoniques graduels	108
IV.2.a Concept	108
IV.2.b Deux exemples : l'effet « mirage » et le virage en « S »	108
 Chapitre 7 – Dans le domaine du filtrage et du routage	 113
I. Introduction	113
II. Le filtrage	113
II.1 Contexte	113
II.2 Approche métamatériau : ingénierie de substrat en microondes	114
II.2.a Motifs élémentaires	114
II.2.b En termes de schéma équivalent	117
II.2.c Exemples de filtres	117
II.2.d Bilan	120
II.3 Approche cristal photonique : ingénierie de cavité	120
III. Guides et déphaseurs accordables	121
III.1 Objectifs	121
III.2 En régime de cristal photonique	121
III.3 En régime métamatériau	125
III.3.a BST – Matériau accordable	125
III.3.b Déphaseur accordable	128
III.3.c Filtre coupe-bande accordable	130
IV. Filtre à insertion – extraction	131
IV.1 Contexte	131
IV.2 Coupleurs interférentiels	133
IV.3 Séparateur de faisceau par dispersion fréquentielle	137
V. Au-delà	139
 Chapitre 8 – Dans le domaine des antennes	 141
I. Introduction	141
II. Ingénierie de directivité	142
II.1 Antennes et cristaux électromagnétiques	142
II.1.a Ingénierie de modes de surface	142
II.2.b Réflecteurs plans diélectriques	145

II.2 Antenne en cavité	145
II.2.a Structuration en $\lambda/4 - \lambda/2$	145
II.2.b Approche cavité sous longueur d'onde	149
II.2.c Antenne insérée dans un métamatériau d'indice nul	150
III. Antennes sous-longueur d'onde	151
III.1 Antennes plaquées	152
III.2 Antennes filaires	153
IV. Bilan	154
 Chapitre 9 – Dans le domaine des lentilles, de la détection à l'imagerie	155
I. Introduction	155
II. Lentilles plasmoniques	155
II.1 Quelques notions sur les plasmons	155
II.2 Du tamis à la lentille	157
III. Lentilles plates à cristaux photoniques	158
III.1 État des lieux	158
III.2 Quel prototype pour les longueurs d'ondes optiques ?	159
III.2.a La lentille	160
III.2.b La source	161
III.3.c Méthode de caractérisation en champ proche	162
III.3 Optimisations	163
III.3.a Ingénierie de modes de cavité	163
III.3.b Lentille collée et ingénierie de défauts	164
III.3.c Ingénierie d'interface	166
III.4 Résultats et retour d'expérience	167
IV. Lentilles et optique de transformation	170
IV.1 Lentilles à gradient d'indice	170
IV.1.a Principe	170
IV.1.b Réalisation et caractérisation	172
IV.2 Hyperlentilles	172
IV.3 Dispositifs d'invisibilité	175
IV.3.a Les tapis magiques	176
IV.3.b Coques et capes d'invisibilité – un exemple au THz	177
V. De la détection à l'imagerie	180
V.1 Hyperthermie en micro-ondes	181
V.2 Des capteurs au térahertz	181
V.3 Détection et reconstruction d'images en infrarouge	182
VI. Bilan	184
 TROISIEME PARTIE : APPLICATIONS	185
 Exercices corrigés	187
I. Énoncés	187
Exercice 1 : Équation de propagation d'Helmholtz	187
Exercice 2 : Constante de propagation et paramètres de répartition	187
Exercice 3 : La lentille plate – Dimensionnement	188

Exercice 4 : Réfraction négative – Réseaux imbriqués	189
Exercice 5 : Matériau main gauche (anti-vide)	189
Exercice 6 : Réseau de fils métalliques	189
Exercice 7 : Résonateurs en anneau fendu	191
Exercice 8 : Dimensionnement d'un réseau à base de particules Ω	192
Exercice 9 : Prisme bidimensionnel	193
Exercice 10 : Cristaux photoniques 2D – Éléments de cristallographie	194
Exercice 11 : La cape (d'invisibilité) carrée	195
Exercice 12 : Le concentrateur cylindrique	197
Exercice 13 : Dispositif à espace complexe	197
Exercice 14 : Dispositif à espace négatif	198
Exercice 15 : Ligne de propagation rétrograde	198
Exercice 16 : Coupleurs interférentiels à cristaux photoniques	199
Exercice 17 : Antenne en cavité	201
Exercice 18 : Dispositif « papillon »	202
II. Solutions	204
Exercice 1 : Équation de propagation d'Helmholtz	204
Exercice 2 : Constante de propagation et paramètres de répartition	205
Exercice 3 : La lentille plate – Dimensionnement	207
Exercice 4 : Réfraction négative – Réseaux imbriqués	208
Exercice 5 : Matériau main gauche (anti-vide)	209
Exercice 6 : Réseau de fils métalliques	210
Exercice 7 : Résonateurs en anneau fendu	211
Exercice 8 : Dimensionnement d'un réseau à base de particules Ω	212
Exercice 9 : Prisme bidimensionnel	213
Exercice 10 : Cristaux photoniques 2D – Éléments de cristallographie	214
Exercice 11 : La cape (d'invisibilité) carrée	216
Exercice 12 : Le concentrateur cylindrique	219
Exercice 13 : Dispositif à espace complexe	221
Exercice 14 : Dispositif à espace négatif	222
Exercice 15 : Ligne de propagation rétrograde	222
Exercice 16 : Coupleurs interférentiels à cristaux photoniques	225
Exercice 17 : Antenne en cavité	226
Exercice 18 : Dispositif « papillon »	227
<i>Questionnaire à choix multiple</i>	231
I. Questions	231
II. Réponses – Commentaires	242
Conclusion	251
Bibliographie	253
Index	255

Première partie

Approche conceptuelle

Dans cette première partie, les matériaux artificiels sont abordés de manière conceptuelle. Après une courte présentation des principes de base et du vocabulaire associé, la structuration interne des matériaux est envisagée en termes de paramètres effectifs : permittivité et perméabilité effectives, indice de réfraction et impédance de surface. Les conditions d'obtention de ces paramètres homogènes, aussi bien d'un point de vue numérique qu'expérimental, sont étudiées. La conception de ces matériaux artificiels, métamatériaux et cristaux photoniques, est envisagée via les techniques d'ingénierie de permittivité et de perméabilité ou d'ingénierie de structure de bandes (ingénierie de dispersion). Enfin, les principes de l'optique de transformation sont présentés pour dépasser la simple ingénierie de paramètres massifs et aborder l'ingénierie localisée de ces paramètres effectifs dans l'optique de pouvoir contrôler la propagation des ondes électromagnétiques (optiques) avec un degré de précision inégalé par les matériaux classiques.

Chapitre 1 – Concepts de base

I. Matériaux artificiels

I.1 Définitions

La dénomination « matériaux artificiels » permet, sous une acception simple, de regrouper un ensemble de dispositifs plus ou moins complexes que l'on ne trouve pas, a priori, dans la nature. Ils sont fabriqués par l'homme pour réaliser des fonctions particulières inaccessibles avec les matériaux classiques à disposition. Parmi ces fonctions, citons un contrôle précis des propriétés de propagation des ondes électromagnétiques et/ou optiques à toute échelle, notamment sur de faibles distances suite à la miniaturisation sans cesse accrue des dispositifs.

De nombreux chercheurs ont montré un vif engouement sur cette nouvelle approche conceptuelle dite des « matériaux artificiels » car elle a permis de transcender les communautés scientifiques, en globalisant de nombreux concepts qui ont pu être appliqués sur l'ensemble du spectre électromagnétique, des micro-ondes (voire moins) à l'optique (ou au-delà). Cela n'a pu se faire sans froisser parfois quelques susceptibilités, certains chercheurs clamant, par méconnaissance le plus souvent, l'originalité de leur démarche alors que le concept présenté était connu dans la communauté voisine depuis plusieurs décennies.

Si l'approche conceptuelle peut être généralisée à l'ensemble du spectre électromagnétique, il est clair qu'il n'en sera pas de même pour la fabrication et la caractérisation de ces matériaux et/ou applications exploitant ces derniers. En effet, il existe un lien intrinsèque entre la fréquence (ou longueur d'onde) à laquelle seront utilisés ces matériaux et leur échelle de structuration interne. Les techniques de fabrication à l'échelle du centimètre (microondes) ne sont en rien comparables à celles à l'échelle du nanomètre (longueur d'onde optique). Les matériaux constitutifs seront eux aussi différents : des approches plutôt métalliques ou métallo-diélectriques à basse fréquence (grande longueur d'onde) et des approches tout diélectrique à très haute fréquence (petite longueur d'onde).

À l'instar des matériaux classiques (cristaux ou matériaux amorphes), deux classes de matériaux artificiels peuvent être distinguées : les matériaux à structuration périodique et les matériaux à structuration non périodique. Les premiers sont de loin les plus étudiés. Les propriétés de ces matériaux seront envisagées de manière volumique, par le biais de paramètres scalaires (réels ou complexes) ou tensoriels selon les applications visées. Les seconds, plus complexes par essence, visent à une ingénierie localisée des paramètres matériaux voire à l'introduction volontaire et maîtrisée du désordre (structures hyper-uniformes) pour des applications elles-mêmes beaucoup plus complexes. On peut évoquer pour ces derniers, la recherche de l'invisibilité, par exemple.

I.2 Matériaux artificiels périodiques

Une première approche et description possible des matériaux artificiels périodiques consiste à comparer leur échelle de structuration interne la plus petite (dimension : a) à la longueur d'onde de travail (λ) à laquelle ils seront utilisés.

Lorsque la structuration interne du matériau a peut-être considérée comme très petite devant la longueur d'onde λ , ce qui revient à écrire $a \ll \lambda$, la terminologie « métamatériau » est utilisée. Il est communément admis qu'un ordre de grandeur (un facteur 10) entre la structuration du matériau et la longueur d'onde est suffisant pour valider cette définition. De manière visuelle, on peut se figurer que plus a est petit pour un λ donné, moins l'onde interagissant avec le matériau est sensible à la corrugation ou aux irrégularités de structure. Dans ce cas, le matériau peut être considéré comme homogène pour l'onde portée et peut-être décrit par des paramètres équivalents, scalaires ou tensoriels selon le degré d'isotropie du matériau. Quatre paramètres sont couramment employés, soit le couple permittivité/perméabilité (ϵ, μ) soit le couple indice de réfraction/impédance de surface (n, z). Le premier couple se réfère généralement à une approche électromagnétique de la propagation, tandis que le second est généralement le reflet d'une approche optique. Pour les métamatériaux, l'un et l'autre seront exploités quel que soit le domaine spectral sous étude.

Lorsque la condition $a \ll \lambda$ n'est plus vérifiée, et que l'on s'approche d'un régime pour lequel la structuration s'approche du quart ou de la moitié de la longueur d'onde, $\lambda/4 \sim a \sim \lambda/2$, la terminologie « cristal électromagnétique » ou « cristal photonique » est privilégiée, avec une préférence quasi-exclusive pour le terme cristal photonique quel que soit le domaine spectral visé. On pourra voir aussi apparaître les noms de « matériau à bande interdite électromagnétique » ou « matériau à bande interdite photonique ». Cette dernière dénomination est révélatrice de l'outil qui sera utilisé pour décrire la propagation au sein de ces matériaux, à savoir la « structure de bandes » ou courbes de dispersion $\omega(\vec{k})$ (pour rappel $\omega = 2\pi c/\lambda$ avec c la vitesse de la lumière et ω la pulsation - $\omega = 2\pi f$ avec f la fréquence). $\vec{k}$ représente le vecteur d'onde caractéristique de la direction de propagation dans le cristal. Ces courbes donnent l'ensemble des modes de propagation possibles dans le cristal avec une succession de bandes autorisées et/ou interdites selon la nature électromagnétique du mode étudié.

Si la condition d'homogénéisation établie pour les métamatériaux n'est clairement plus vérifiée dans le cadre des cristaux photoniques, le recours à des techniques d'homogénéisation pour estimer les paramètres équivalents du matériau reste néanmoins une pratique courante (et utile) même si elle contrevient quelque peu aux hypothèses mathématiques permettant de les établir !

En résumé, à ce stade, nous retenons que :

- $a \ll \lambda$: métamatériaux ;
- $\lambda/4 \sim a \sim \lambda/2$: cristal photonique (ou électromagnétique).

La frontière entre les deux domaines sera relativement perméable !

I.3 Réfraction anormale

Pour étudier la propagation au sein de ces matériaux artificiels ou pour étudier les phénomènes d'interaction entre une onde incidente (dans l'air) et ces matériaux, nous allons définir différents régimes, dits de réfraction anormale selon les valeurs des paramètres effectifs que nous utiliserons pour décrire les matériaux ou les informations que nous extrairons des courbes de dispersion.

Pour simplifier cette première étape de description des matériaux, nous allons uniquement les considérer comme des milieux homogènes et isotropes, donc simples supports de propagation pour une onde de fréquence ou de longueur d'onde donnée. Les dépendances fréquentielles et les effets liés à la direction de propagation (anisotropie) seront considérés dans les chapitres suivants. Au sein de ces milieux, quatre paramètres effectifs peuvent être utilisés : la permittivité électrique (ϵ), la perméabilité magnétique (μ), l'indice de réfraction (n) et l'impédance de surface (z). Les deux premiers relèvent le plus souvent d'une approche électromagnétique de la propagation, le troisième d'une approche optique ainsi que le quatrième, même si ce dernier revêt, nous le verrons, une importance toute particulière dans l'évaluation quantitative de la propagation (en électronique haute fréquence, par exemple).

Pour des matériaux ordinaires supposés idéaux (sans pertes), ces valeurs sont réelles, positives et supérieures à un. Si l'on considère des pertes, il faudra leur adjoindre une partie imaginaire et les considérer complexes. Dans le cas des matériaux artificiels, métamatériaux et cristaux photoniques, nous allons explorer pour ces paramètres toutes les autres valeurs réelles possibles, à savoir comprises entre zéro et un, mais également négatives pour des matériaux supposés sans pertes. Avec pertes, ici encore, toutes les valeurs complexes pourront être considérées.

C'est pour ces valeurs inhabituelles, négatives et de valeur absolue inférieure à un que l'on parlera généralement de réfraction anormale : réfraction négative et ultra-réfraction.

II. Matériaux homogènes : paramètres effectifs

Dans ce paragraphe, nous allons nous affranchir de connaître la nature du matériau sur lequel nous travaillons, pour nous contenter d'évaluer les conséquences sur la propagation d'avoir des paramètres effectifs de valeur quelconque. Nous nous limiterons dans cette description aux matériaux idéaux et isotropes en ne considérant que des valeurs réelles pour les paramètres effectifs. Nous nous appuierons sur la démarche utilisée à la fin des années 1960 par un chercheur russe, Victor Veselago, qui, alors que l'on ne parlait pas encore de métamatériaux, a posé, par son exploration des implications potentielles de valeurs de paramètres effectifs inhabituels (et qu'on ne supposait pas réalisables en pratique à l'époque), les bases de ces matériaux artificiels, devant ainsi le pionnier auquel tous les chercheurs se sont référés dans les années 1990.

II.1 Approche électromagnétique

Pour étudier la propagation d'une onde électromagnétique, caractérisée par son champ électrique $\vec{E}$ et son champ magnétique $\vec{H}$ dans un milieu de propagation donné, on établit, à partir des équations de Maxwell, l'équation de propagation d'Helmholtz dans laquelle apparaissent les deux paramètres effectifs ε (permittivité effective) et μ (perméabilité effective). L'exercice 1, en fin d'ouvrage, montre comment est établie cette équation dans le cas d'ondes planes.

Cette équation est :

$$(\Delta + k^2)\vec{A} = 0$$

Avec

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

Δ représente l'opérateur Laplacien tridimensionnel, $\vec{k}$ le vecteur d'onde, ω la pulsation et $\vec{A}$ est le champ électrique ($\vec{E}$) ou la champ magnétique ($\vec{H}$).

Pour en arriver à cette forme à partir des équations de Maxwell, il faut supposer un milieu de propagation à conductivité nulle, de permittivité ε et de perméabilité μ . Enfin, l'analyse est menée en régime harmonique, ce qui impose une expression des champs de type onde plane de la forme :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

En supposant ε et μ purement réels mais pouvant être potentiellement positifs ou négatifs, plusieurs situations peuvent être rencontrées. Elles sont synthétisées sur la figure 1.1.

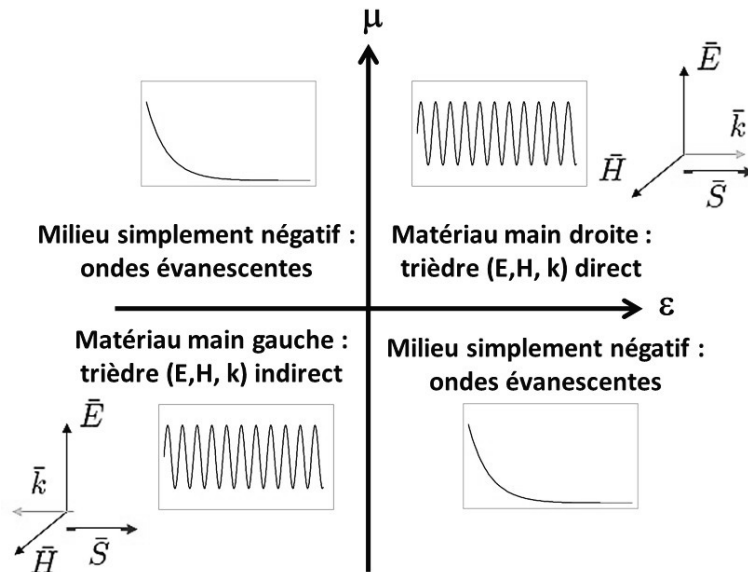


Figure 1 : Type de propagation selon les signes de la permittivité et de la perméabilité dans un milieu homogène

La situation la plus classique correspond au cas où ε et μ sont tous les deux positifs. Dans ce cas, le vecteur d'onde $\vec{k}$ est réel et l'onde électromagnétique peut se propager. Les trois vecteurs $\vec{E}$, $\vec{H}$ et $\vec{k}$ forment un trièdre direct. L'énergie, caractérisée par le vecteur de Poynting ($\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H}$), se propage dans la même direction que le vecteur d'onde $\vec{k}$. C'est le cas de propagation « usuelle » que l'on rencontre dans les matériaux. On pourra parler dans ce cas de « matériau main droite », en se référant au trièdre direct $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ formé par les trois premiers doigts de la main droite (pouce – index – majeur). La seconde situation correspond au cas où l'une des deux grandeurs seulement est négative tandis que l'autre est positive. Dans ce cas, le vecteur d'onde devient une grandeur complexe purement imaginaire et l'onde ne peut plus se propager, l'exposant dans l'exponentielle devenant un réel négatif. On a alors affaire à une onde évanescence dont l'amplitude tend vers zéro très rapidement. On parle alors de milieu simplement négatif.

Le dernier cas correspond au cas où ε et μ sont simultanément négatifs. C'est un cas non usuel, peu fréquent dans la nature, et que l'on atteindra, le plus souvent, artificiellement en jouant sur la structuration interne du matériau support de propagation. Dans ce cas, le vecteur d'onde redevient réel mais doit être pris négativement ($-\vec{k}$) pour décrire correctement la situation. Le trièdre $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ devient indirect. Si l'on considère positivement la direction de propagation de l'énergie, toujours donnée par le vecteur de Poynting $\vec{S}$, alors le vecteur $\vec{k}$ est dans la direction opposée. On parle dans ce cas d'onde rétropropagée (ou rétrograde). Le trièdre indirect est alors donné par les trois premiers doigts de la main gauche et on appellera également ce milieu doublement négatif un « matériau main gauche ».

Cette première description peut être complétée via l'utilisation de deux paramètres additionnels reliés à ε et μ , l'indice de réfraction n et l'impédance de surface z . Ils sont définis comme suit :

$$n^2 = \varepsilon\mu \qquad z^2 = \frac{\varepsilon}{\mu}$$

Utiliser ces paramètres n'a pas de sens pour les milieux simplement négatifs. Pour les « matériaux main droite », cela correspondra à des valeurs positives de n et z . Pour les « matériaux main gauche », cela correspondra à un indice de réfraction négatif, mais on considérera toujours positivement l'impédance de surface z . Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, l'approche indice de réfraction sera particulièrement intéressante pour une description orientée optique géométrique des phénomènes (tracé des rayons).

II.2 Approche en optique géométrique

Une autre approche pour visualiser de manière simplifiée ces phénomènes est d'utiliser l'optique géométrique et le tracé de rayons lumineux en utilisant l'indice de réfraction n .

La loi de base utilisée est la loi de Snell-Descartes à l'interface entre deux milieux d'indices de réfraction différents : n_1 et n_2 . Comme le montre la figure 1.2(a), pour une onde incidente formant un angle θ_1 avec la normale à l'interface entre les deux

matériaux, l'onde est réfractée dans le second milieu avec un angle θ_2 de l'autre côté de la normale. Ces deux angles sont reliés par :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

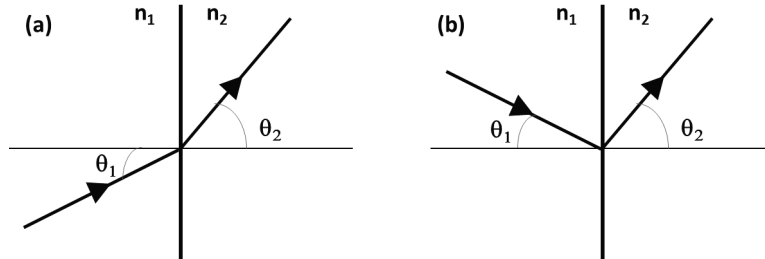


Figure 1.2 : Réfraction à l'interface entre deux matériaux d'indice n_1 et n_2 , approche en optique géométrique : (a) indices positifs (b) un des deux indices est négatif

Lorsqu'un des deux indices est négatif, le rayon est réfracté du même côté de la normale à l'interface pour respecter le signe de l'équation et la référence prise pour évaluer les angles, comme le montre la figure 1.2(b).

Cette description ne tient compte que de la direction prise par l'onde lumineuse, elle omet un paramètre important à savoir que s'il y a réfraction à l'interface, il y a aussi réflexion. Ainsi l'amplitude de l'onde lumineuse tout au long de sa trajectoire dépend des impédances de surface de chaque milieu de propagation. n_1 et n_2 ne suffisent pas pour caractériser l'interaction de l'onde avec l'interface entre les milieux, il faut y adjoindre z_1 et z_2 . Si z_1 et z_2 sont égaux alors la transmission sera parfaite et l'amplitude de l'onde lumineuse restera constante (toujours dans un cas idéal sans pertes). À l'inverse, si z_1 et z_2 sont différents alors l'amplitude de l'onde transmise sera plus faible que celle de l'onde incidente, la différence en termes de puissance lumineuse transportée se retrouvant dans l'onde réfléchie. Quels que soient les valeurs et signes des indices de réfraction des milieux, la direction de l'onde réfléchie sera du côté opposé à la normale à l'interface par rapport à l'onde incidente avec la même valeur absolue d'angle par rapport à cette normale.

II.3 Application : la lentille plate

Ces premières considérations sur les valeurs des paramètres effectifs et leur traduction sur la propagation des ondes nous amène à un premier concept propre aux métamatériaux qui a initié de très nombreuses recherches (et permis l'avènement de beaucoup d'autres champs applicatifs) : la « superlentille » ou « lentille parfaite ».

Reprenons le cas (toujours idéal – sans pertes) d'un indice de réfraction négatif et d'une impédance de surface positive, correspondant à une permittivité et une perméabilité toutes deux négatives :

$$n = -\sqrt{\varepsilon\mu} < 0 \quad z = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} > 0$$

Supposons une onde se propageant dans l'air, caractérisé par ε_0 et μ_0 , ce qui se traduit en termes de paramètres effectifs par $\varepsilon = \mu = 1$. Supposons également que l'on soit capable de fabriquer un matériau tel que $\varepsilon = \mu = -1$ (que l'on pourrait abusivement appeler « antivide »).

La figure 1.3(a) reprend le tracé des rayons issus d'une source ponctuelle dans l'air interagissant avec une lame du nouveau matériau considéré.

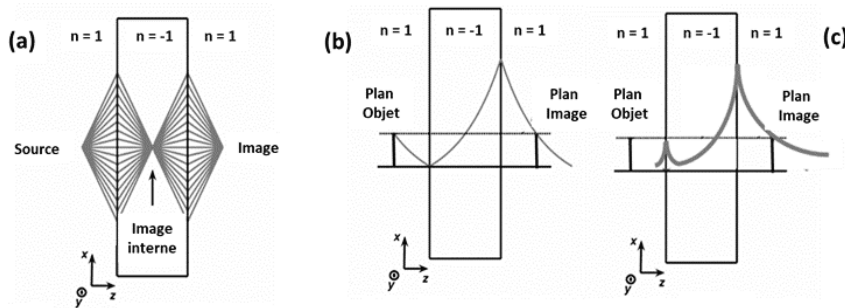


Figure 1.3 : Principe de la « superlentille », composantes propagatives (a), composantes évanescentes : amplification (b) ou excitation de modes de surface (c)

Dans cette approche simplifiée, le concept est extrêmement simple : si le rayon, quelle que soit sa direction, est représentatif d'une onde propagative à une longueur d'onde donnée, il subit à l'interface une expérience de réfraction négative. L'ensemble des rayons d'angles d'incidence quelconques convergent en un point de la lame de métamatériau où ils se croisent, formant un point de convergence interne. Ils se dirigent ensuite vers la sortie de la lame où par une seconde expérience de réfraction négative, ils changent à nouveau de direction pour reconverger une seconde fois à l'arrière de la lame de métamatériau. Ainsi une image de la source se forme en sortie de lentille. Quelques limitations peuvent déjà être identifiées pour que le processus ait une chance d'être observé.

- Tout d'abord, il faut s'assurer que la lame soit suffisamment longue dans la direction x (et y en trois dimensions) pour capter toutes les incidences potentiellement émises par la source.
- Pour la direction z , on voit que le phénomène de double focalisation est un effet de « champ proche ». En effet, pour que l'image puisse se reformer à l'arrière de la lame, il faut que l'épaisseur de la lame soit supérieure à la distance entre la source et la première interface (sur le dessin, on a utilisé une épaisseur double à la distance source/première interface pour obtenir une première focalisation au centre de la lentille). Voir l'exercice 3 dans la troisième partie de l'ouvrage pour approfondir ce point.

On observe donc que si ce matériau $\varepsilon = \mu = -1$ existe, alors il est possible d'envisager, sous conditions géométriques, une lentille plate permettant d'imager une source ponctuelle. Nul besoin d'interfaces convexes ou concaves, ce qui pourrait se révéler un avantage technologique considérable pour la nanophotonique.

Pourquoi alors le terme de « superlentille » est-il employé ? Pour le comprendre, il faut prendre en considération la longueur d'onde de travail λ et s'interroger sur le concept de source et d'image. En optique classique, tout effet d'imagerie est limité par la notion de limite de diffraction. Pour cela il faut considérer la source comme un objet que l'on va éclairer à une longueur d'onde donnée. Cet objet de forme quelconque peut contenir par exemple des détails très petits devant la longueur d'onde de travail. Si on éclaire l'objet à une longueur d'onde λ , l'interaction entre cette onde incidente et l'objet va créer un champ électromagnétique (ou onde optique) complexe. Ce champ peut mathématiquement être décomposé dans l'espace des vecteurs d'ondes ($k = 2\pi/\lambda$) en une somme de composantes propagatives (k de module inférieur à $\lambda/2$) et évanescentes (k de module supérieur à $\lambda/2$). Ces ondes évanescentes qui portent des détails petits devant la longueur d'onde restent donc cantonnées au voisinage de la source, tandis que les ondes propagatives avec les détails de grande taille se propagent librement sur de grandes distances.

Si l'on place une lentille convergente « classique » derrière l'objet éclairé alors seules les composantes propagatives seront focalisées et les plus petits détails ($< \lambda/2$ – critère de Rayleigh) de la source seront perdus dans l'image formée, quelle que soit la distance séparant la source de la lentille. Cette limite peut être dépassée par l'utilisation d'un métamatériau doublement négatif à condition de placer la lentille à proximité de la source, comme le montre la figure 1.3(b), pour que la lentille soit en mesure d'interagir aussi avec les composantes évanescentes de la décomposition de l'onde. Selon Victor Veselago, puis selon Sir John Pendry, un nouveau phénomène apparaît dans ce cas, causé par les valeurs négatives de permittivité et de perméabilité : l'amplification des ondes évanescentes. Dans ce cas, aussi faibles soient elles, les composantes évanescentes présentes à l'interface sont amplifiées dans la lentille jusqu'à la seconde interface. De retour dans un milieu à indice positif (ici l'air), elles décroissent à la sortie de la lentille pour atteindre les mêmes amplitudes dans le plan image que celles dans le plan objet. Ainsi, les plus petits détails de la source se retrouvent dans l'image, la limite de diffraction est dépassée et théoriquement une résolution parfaite peut être atteinte pour un métamatériau considéré comme homogène, d'où le concept de lentille parfaite ou de superlentille.

Cette explication n'a pas fait l'unanimité dans la communauté scientifique et une alternative a été proposée pour expliquer la super-résolution qu'il serait possible d'atteindre. En effet, l'amplification des champs dans la lentille pose asymptotiquement problème si la lentille est supposée semi-infinie (ou de grande épaisseur par rapport à la longueur d'onde) avec une divergence des amplitudes des ondes peu satisfaisante d'un point de vue théorique. La seconde approche invoque le couplage de modes de surfaces de la lentille entre l'entrée et la sortie de la lentille, modes de surfaces excités par les composantes évanescentes interagissant avec le métamatériau, comme l'illustre la figure 1.3(c).

Faisant fi de ces divergences, les chercheurs ont néanmoins, nous le verrons dans les chapitres suivants, cherché à dépasser la limite de diffraction classique grâce à ces métamatériaux à indice de réfraction négatif. Pour rappel, atteindre ces paramètres négatifs pour créer ces métamatériaux nécessite une échelle de structuration très petite devant la longueur d'onde de travail, au minimum un ordre de grandeur voire plus ($\ll \lambda/10$). Ainsi, même si une résolution parfaite n'est pas envisageable, cela laisse alors une marge de manœuvre importante par rapport à la demie longueur d'onde, limite classique de diffraction.

II.4 Non idéalité : anisotropie, dispersion et pertes

Jusqu'ici, nous nous sommes limités à considérer des matériaux idéaux : linéaires, homogènes, isotropes et non dispersifs. La réalité est en général toute autre et, du concept parfait à l'application réelle, bon nombre d'approximations et de renoncements vont devoir être assumés pour construire des prototypes caractérisables.

II.4.a Anisotropie

Décrire un matériau par une permittivité et/ou une perméabilité réelle et constante suppose que les propriétés des matériaux soient indépendantes de la direction de propagation des ondes en leur sein. Si l'unicité de la grandeur utilisée est extrêmement pratique pour présenter les effets et concevoir les dispositifs, la réalité des matériaux structurés proposés fera que les constantes des matériaux sont dépendantes de l'espace. Des tenseurs de permittivité et de perméabilité doivent être considérés, avec neuf paramètres, pour inclure la tridimensionnalité des dispositifs. Par exemple pour la permittivité effective, on écrit :

$$\begin{aligned} \text{Matériau isotrope} &\rightarrow \epsilon \\ \text{Matériau anisotrope} &\rightarrow \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Il en va bien sûr de même pour la perméabilité effective.

Traiter le cas général sera le plus souvent mission impossible. Hormis dans certaines situations de l'optique de transformation que nous aborderons plus loin, nous ne retiendrons le plus souvent qu'une seule des valeurs de ces tenseurs en limitant l'étude de la propagation à une direction de l'espace (ou du moins ne faisant intervenir que les paramètres effectifs d'une direction de l'espace) ou en étudiant la propagation d'ondes (des modes de propagation) caractérisées par des configurations particulières du champ électromagnétique (transverse électrique – TE, transverse magnétique – TM ou transverse électrique-magnétique – TEM).

II.4.b Dispersion

C'est sans conteste l'hypothèse la plus restrictive que nous avons assumée depuis le début de ce chapitre : les paramètres effectifs sont indépendants de la fréquence ou de

la longueur d'onde. Aucun métamatériau ne pourra y prétendre. De même que les matériaux constitutifs auront eux-mêmes des propriétés dépendantes de la fréquence, il en sera de même des métamatériaux fabriqués et nous serons amenés à étudier le comportement fréquentiel des paramètres effectifs et écrire :

$$\varepsilon(\omega) \text{ et } \mu(\omega)$$

Dans les études analytiques (et simulations numériques) à venir, plusieurs situations pourront être rencontrées.

- Le métamatériau est simulé entièrement et la dispersion sera automatiquement prise en compte soit uniquement par la géométrie et l'arrangement des matériaux constitutifs, soit par la géométrie et le modèle dispersif utilisé pour décrire ces matériaux constitutifs. Dans ce cas, nul besoin d'écrire de lois analytiques spécifiques pour la permittivité effective et la perméabilité effective.
- Le métamatériau est considéré comme homogène et on établit des lois spécifiques ou adaptées de modèles simples existants (telle une loi de Drude pour un métal ou une loi de Lorentz pour un résonateur magnétique) pour intégrer la dispersion dans les paramètres effectifs.
- On omet l'aspect dispersif du métamatériau en se limitant à une étude monofréquentielle ou monochromatique ou tout au moins sur une bande passante suffisamment étroite pour assumer la constance des paramètres effectifs.

II.4.c Pertes

La notion de pertes est certainement la plus délicate à manipuler. Les pertes peuvent avoir de nombreuses origines. Elles peuvent être liées aux matériaux eux-mêmes, les matériaux constitutifs ou les métamatériaux fabriqués (pertes diélectriques, pertes métalliques). Dans ce cas, les paramètres effectifs, dispersifs ou non, ne sont plus des grandeurs réelles mais deviennent complexes. Il en va de même pour la constante de propagation de l'onde électromagnétique. On peut alors remarquer que l'exploitation des paramètres ε , μ , n et z peut devenir délicate au vu des expressions qui les relient faisant intervenir produit, quotient, carré ou racine. Trouver (ε, μ) à partir de (n, z) ou l'inverse peut devenir difficile notamment si la dispersion est prise en compte.

D'autres types de pertes reliées à la propagation et à la géométrie des métamatériaux constitués peuvent être également rencontrées. Nous verrons que la notion de propagation guidée est fondamentale pour les applications à base de métamatériaux et que savoir confiner efficacement une onde dans des géométries particulières, peut devenir difficile, notamment lorsque les variations d'indice ou d'impédance se font à petite échelle par rapport à la longueur d'onde. Cela induit alors des pertes par rayonnement, dans l'air ou dans un substrat (notion de cône de lumière que nous aborderons de manière plus détaillée avec les cristaux photoniques).

III. Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de proposer une première classification de ce que recouvre la notion de matériaux artificiels (métamatériaux et/ou cristaux photoniques) à partir de leur description par des paramètres homogènes (permittivité et perméabilité, indice de réfraction et impédance de surface) mais aussi à partir leur échelle de structuration interne par rapport à la longueur d'onde de travail.

La spécificité de cette approche est de considérer toutes les implications induites par la possibilité de considérer un matériau qui, à une fréquence de travail donnée, puisse être décrit de manière homogène par une permittivité négative et une perméabilité elle aussi négative. C'est l'originalité de cet angle d'approche qui a provoqué cet engouement pour les métamatériaux et toutes les applications potentielles de réfraction anormale, dont la superlentille. Pourtant, le sujet n'était pas nouveau : la notion d'onde rétropropagée ou rétrograde (qui correspond à de la réfraction négative) est connue et exploitée depuis de nombreuses décennies notamment dans le domaine des microondes. La généralisation des concepts jusqu'à l'optique a largement enrichi le champ de la nanophotonique. Si cette ingénierie de paramètres effectifs que nous allons développer tout au long des chapitres suivants a déjà élargi le champ des applications, nous verrons qu'une ingénierie localisée (aussi appelée optique de transformation) de ces mêmes paramètres a permis d'aller encore plus loin dans la création conceptuelle de dispositifs que l'on pensait réservés à la science-fiction, telle la fameuse cape d'invisibilité d'un jeune magicien de fiction, alias Harry Potter.

Chapitre 2 – Description des matériaux

I. Contexte

I.1 Métamatériaux versus cristaux électromagnétiques/photoniques

La communauté scientifique a souvent séparé les notions de métamatériaux et de cristaux électromagnétiques/photoniques. Historiquement, cela s'entend car, initialement, les travaux sur ces cristaux étaient principalement consacrés à la recherche de matériaux présentant des bandes interdites pour interdire la propagation des ondes, par analogie avec les électrons dans les semiconducteurs. L'objectif ultime était la fabrication d'un cristal tridimensionnel présentant une bande interdite complète interdisant la propagation de la lumière dans toutes les directions de l'espace. La Yablonovite en fut une illustration. Il s'agissait de reproduire artificiellement des effets observables dans la nature tels le comportement à la lumière des ailes de certains papillons ou de certaines pierres, comme les opales. Autour de ces travaux, pléthore de propositions ont alors émergé avec des dispositifs multidimensionnels ($1D$, $2D$, $2D\ 1/2$, $3D$) exploitant ces bandes interdites, des microondes à l'optique.

À l'opposé, la communauté des métamatériaux était dans la recherche de propriétés de propagation particulières (des bandes passantes) pour mettre en évidence des propriétés de réfraction anormale. Ici aussi, de nombreuses propositions sont apparues pour illustrer ces phénomènes avec également des dispositifs de toute dimensionnalité.

Avec un peu de recul et d'esprit de synthèse, on peut s'apercevoir assez rapidement qu'il existe un point commun entre les deux approches : le diagramme de dispersion (ou la structure de bandes). Il synthétise l'ensemble des modes de propagation possibles au sein d'un matériau en fonction de la fréquence (ou longueur d'onde) que l'on appellera les bandes permises. Et, si pour une gamme de fréquences, aucun mode n'est permis, alors on parlera de bandes interdites.

I.2 Le diagramme de dispersion : $\omega(\vec{k})$

Pour un matériau quelconque donné, obtenir le diagramme de dispersion complet, c'est-à-dire l'ensemble des bandes passantes et interdites à la propagation pour toutes les valeurs et directions possibles du vecteur d'onde relève de la mission impossible. Ce sera le cas pour des matériaux désordonnés quelle que soit l'échelle de structuration où ils sont étudiés. À l'inverse, cela sera relativement plus facile dans le cas de structures périodiques simples, comme un réseau bi- ou tri- dimensionnel de disques ou sphères diélectriques répartis en réseau carré ou cubique.

Pour les matériaux artificiels que nous allons considérer dans cet ouvrage, on se situera entre ces deux extrêmes avec des structures possédant des cellules élémentaires plus ou moins complexes, en mesure de remplir l'espace par périodicité (ou par opérations géométriques de symétrie modélisables aux limites de la cellule). Avec cette acception

élargie, on dépasse le cadre des structures périodiques de type cristaux, que l'on peut décrire en termes de réseaux de Bravais, même si ces derniers pourront être inclus dans nos modélisations, comme nous le verrons dans le chapitre 4.

Pour concevoir un matériau artificiel présentant des propriétés de réfraction particulières, il faut en général pouvoir d'abord définir une cellule ou une maille élémentaire du matériau. Cela nécessite de savoir décrire de manière détaillée la conductivité locale du milieu $\sigma(\vec{r})$ en présence de métaux et/ou les paramètres locaux de permittivité $\varepsilon(\vec{r})$ et perméabilité $\mu(\vec{r})$ sur le domaine spatial considéré. Cette cellule va définir les propriétés intrinsèques du matériau. Il faut ensuite définir les conditions aux limites de comportement des champs électriques et magnétiques aux frontières de cette cellule puis résoudre les équations de Maxwell pour en déduire le champ électromagnétique dans tout l'espace. On pourra le formaliser, si nécessaire, en termes de modes de propagation selon les configurations possibles des champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$. On en déduit alors un certain nombre de relations de dispersion reliant pulsation et vecteur d'onde $\omega(\vec{k})$ qui peuvent prendre des formes et représentations variées selon les conditions de calculs qui auront été choisies (cellule isolée, agencement périodique, etc...). Nous verrons, dans les chapitres suivants, comment exploiter ces relations de dispersion selon les approches utilisées.

À ce stade, signalons également que chaque courbe de dispersion peut nous renseigner sur les propriétés de réfraction. À partir d'un point représentatif de cette courbe, il est possible de définir deux vitesses caractéristiques de propagation de l'onde : la vitesse de groupe (v_g) et la vitesse de phase (v_φ).

Elles sont définies par :

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

k représente le module du vecteur d'onde au point considéré dans une direction donnée. De manière simplifiée, on assimile la vitesse de groupe à la vitesse de propagation de l'énergie et/ou de l'information. La vitesse de phase reflète quant à elle la vitesse de translation de la sinusoïde caractéristique de l'onde électromagnétique. Dans un milieu homogène, ces deux grandeurs sont égales. Dans un milieu dispersif, elles peuvent être différentes.

Dans le vide, la vitesse de phase est égale à celle de la lumière c . Dans un milieu d'indice de réfraction n , cette vitesse devient :

$$v_\varphi = \frac{c}{n}$$

Si le milieu est dispersif, l'indice dépend de la longueur d'onde et l'on introduit la notion de vitesse de groupe (d'où la formulation précédente avec la dérivée) lorsque l'onde peut être considérée par une combinaison linéaire d'ondes monochromatiques de longueurs d'ondes voisines (avec des superpositions de composantes constructives ou destructives selon la position).

On peut voir sur cette première approche que si l'indice de réfraction est inférieur à un, alors la vitesse de phase peut dépasser la vitesse de la lumière dans le vide (c). Cela ne

contrevient pas au principe qu'aucune vitesse ne peut dépasser celle de la lumière dans la mesure où cette vitesse de phase ne traduit pas une vitesse de déplacement de l'énergie de l'onde électromagnétique, c'est en effet la vitesse de groupe qui est la grandeur « réelle » de transport de l'énergie.

Un point particulier que l'on peut signaler à ce stade : vitesse de groupe et vitesse de phase peuvent être de signes opposés. Dans les diagrammes dispersion $\omega(\vec{k})$, selon les directions, des pentes positives ou négatives ($\partial\omega/\partial k$) peuvent être déduites tandis que le rapport ω/k reste de même signe. En prenant comme direction « positive » la direction de propagation de l'énergie, on aura donc une vitesse de phase qui pourra être dans la même direction ou la direction opposée (notion d'onde rétropropagée). Cela se traduira sur la vitesse de phase par l'utilisation d'un indice de réfraction négatif (comme évoqué dans le chapitre 1).

1.3 L'approche numérique pour l'extraction de paramètres

Da manière générale, pour accéder numériquement aux paramètres électromagnétiques effectifs d'un matériau créé artificiellement, il est nécessaire de disposer d'un solveur tridimensionnel des équations de Maxwell par éléments ou différences finis dans le domaine fréquentiel ou dans le domaine temporel (par exemple : HFSS[®], CST Microwave Studio Suite[®] ou encore COMSOL[®]). Ces outils génériques sont venus progressivement remplacer les « logiciels maison » développés spécifiquement dans les laboratoires pour répondre à un problème donné. Associé à la montée en puissance phénoménale des capacités de calcul et de stockage de données des postes de travail informatiques, leur caractère de généralité a permis d'aborder une quantité infinie de problèmes complexes en gardant des temps de calcul raisonnables.

Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, ces méthodes n'ont pas fait disparaître les approches empiriques, plus ou moins analytiques, nécessaires pour concevoir et imaginer de nouveaux dispositifs et applications, mais elles sont venues les compléter et permettre souvent d'aller jusqu'à pouvoir mener des comparaisons théorie-expérience très probantes.

La versatilité de ces outils numériques est très grande grâce, souvent, à leur interface graphique. En effet, il suffit tout d'abord de « dessiner » à trois dimensions dans un domaine de simulation choisi la structure à simuler. On utilise des modèles de matériaux métalliques ou diélectriques décrits classiquement en termes de conductivité, permittivité ou perméabilité. On définit ensuite des conditions aux limites appropriées aux bornes du domaine de simulation et on choisit une méthode de calcul donnée selon les effets recherchés. On peut ainsi, sur une structure fermée, accéder aux propriétés intrinsèques de la structure dessinée, en choisissant un calcul aux valeurs propres. On peut également accéder aux propriétés de propagation (transmission, réflexion, paramètres de répartition) en ouvrant la structure et en l'interfaçant avec des ports d'entrée-sortie. Avec un choix pertinent de conditions aux limites, il est possible également de périodiser une cellule élémentaire pour simuler un dispositif de taille infinie dans une ou plusieurs directions de l'espace.

II. Techniques d'homogénéisation – Extraction de paramètres

II.1 Principes

La méthode repose sur l'évaluation de la réflexion d'une onde sur la surface et de la transmission de cette onde au travers d'une lame du matériau que l'on cherche à caractériser. La simple connaissance des valeurs de transmission et de réflexion est loin d'être suffisante pour les transformer en paramètres matériaux.

La méthode la plus couramment employée consiste à avoir recours à la notion de structures périodiques. Cette notion de périodicité peut se concevoir à plusieurs niveaux que l'on pourra exploiter différemment, expérimentalement ou par simulation.

Partons du principe qu'il existe une échelle à laquelle il est possible de définir une cellule de base minimale (le plus souvent à trois dimensions) qui reproduite dans les trois dimensions de l'espace forme le matériau global. C'est ce niveau de périodicité qui nous a servi dans le chapitre précédent à classer les matériaux en termes de métamatériaux et cristaux électromagnétiques (ou photoniques).

En physique et en chimie, on aborde là le domaine de la cristallographie, lorsque l'on s'intéresse à des réseaux périodiques d'atomes ou d'ensembles d'atomes dont les propriétés dépendent de la géométrie du cristal formé. Nous utiliserons quelques notions de cristallographie quand nous nous intéresserons plus particulièrement aux cristaux photoniques diélectriques et à l'exploitation de leurs structures de bandes ou diagrammes de dispersion dans le chapitre 4.

Pour nos métamatériaux, la cellule de base peut être considérée comme une brique de base (cubique ou parallélépipédique) et contenir des éléments métalliques et diélectriques de géométries très diverses. Le matériau complet peut alors être considéré comme l'empilement de ces briques dans les trois dimensions de l'espace. Pour déterminer les caractéristiques de propagation aux longueurs d'onde de travail choisies, rappelons-le grandes devant les dimensions de la brique, il faut alors définir une tranche suffisamment épaisse de matériau (qui sera traversée par l'onde) et de surface elle aussi grande devant la longueur d'onde pour que la propagation ne soit pas perturbée par la structuration interne. Ce raisonnement est particulièrement vrai pour toute caractérisation expérimentale d'un matériau. Il est nécessaire qu'il y ait suffisamment de matière pour que l'onde ne « ressente » pas la structuration fine mais bien un matériau homogène.

En simulation néanmoins, il sera possible d'utiliser des expédients qui vont nous permettre de diminuer drastiquement la taille des dispositifs à simuler. En effet, il sera possible d'utiliser, aux limites des domaines de simulation, des conditions de symétrie et/ou de murs électriques et magnétiques pour reproduire avec une seule cellule l'équivalent d'une infinité d'entre elles dans le plan, tandis qu'il restera à utiliser un nombre de cellules suffisant dans la direction de propagation étudiée. Si le matériau est isotrope, étudier la propagation dans une seule direction sera suffisant (paramètres matériaux scalaires). Si l'anisotropie doit être prise en compte, il faudra produire autant de simulations qu'il n'y a de directions pertinentes à étudier d'un point de vue