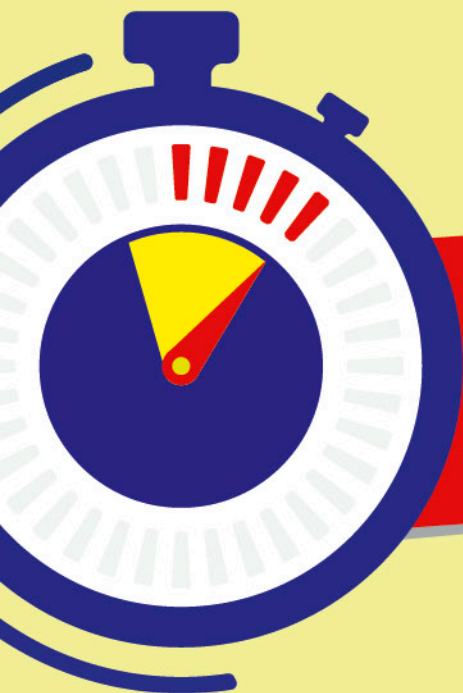




**29 SEMAINES
POUR RÉUSSIR**

SPÉ MATHS

Nouveau programme

1^{re}

un cours
suivant une progression spiralee

des **exercices**
accessibles à tous les élèves

une préparation à
**l'épreuve anticipée
du BAC**

une **correction détaillée**
avec une méthode d'application



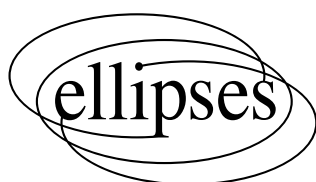


SPÉ **MATHS**

1^{re}

Julien MERY

Professeur de mathématiques



Conception graphique couverture : Nathalie FOULLOY
Conception graphique intérieur : Agathe GALLET DUCARROY
Mise en pages : Soft Office

ISBN 9782340-118546

Dépôt légal : août 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.

8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Ce livre a été pensé pour s'adapter à tous les élèves de première ayant choisi la spécialité mathématiques. Il présente une progression spiralée comme recommandée dans les programmes. C'est une présentation des cinq grands thèmes du programme (Nombres et calcul, géométrie, information chiffrée, fonctions, statistiques et probabilités) qui sont découpés en plusieurs chapitres et qui sont étudiés de manière alternative pour que leurs présentations soient étalées durant l'année de première et puissent être réabordés tout au long de l'année. Cela permet aux élèves d'avoir le temps d'assimiler les leçons entre chaque chapitre d'un même thème et de ne pas saturer d'information sur un thème donné.

Cela offre de nombreux avantages. Les élèves vivent la découverte des concepts dans la durée. Ils rencontrent un thème à plusieurs reprises et peuvent ainsi, affiner leurs connaissances, consolider leurs savoirs, ou tout simplement avoir une nouvelle opportunité de comprendre certains mécanismes non assimilés. Cela permet un ancrage des acquis à longs termes et une plus grande facilité pour se les remémorer l'année suivante lorsqu'ils sont réutilisés.

Les exercices proposés sont classés selon trois niveaux qui permettent à chaque élève de se fixer des degrés de performance en fonction de leurs acquis antérieurs et de leurs objectifs. Des devoirs sont proposés pour chaque chapitre pour fixer les attendus, mais des exercices un peu plus approfondis sont proposés, pour un résultat plus poussé, destinés aux élèves souhaitant s'orienter vers des études scientifiques.

Les notions abordées en première sont des rappels un peu plus approfondis des notions de seconde avec quelques nouveaux éléments. La compréhension et l'acquisition de ces notions sont essentielles pour se diriger vers des études scientifiques.

Sommaire

■ Semaine 1 : Fonctions polynômes du second degré	9
■ Semaine 2 : Cercle trigonométrique et repérage sur le cercle	23
■ Semaine 3 : Racines des polynômes du second degré	39
■ Semaine 4 : Produits scalaires	53
■ Semaine 5 : Particularités des racines des polynômes	67
■ Semaine 6 : Définition des suites. Les suites explicites	73
■ Semaine 7 : Nombre dérivé	83
■ Semaine 8 : Application du produit scalaire	93
■ Semaine 9 : Définition des suites. Les suites récurrentes	105
■ Semaine 10 : Probabilités conditionnelles	115
■ Semaine 11 : Étude des suites	129
■ Semaine 12 : Signe et factorisation des polynômes de degré deux	139
■ Semaine 13 : Définitions des fonctions dérivées et dérivée des fonctions usuelles	149
■ Semaine 14 : Signe et représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré	155
■ Semaine 15 : Opérations sur les fonctions dérivées	173
■ Semaine 16 : Indépendance de deux événements	189
■ Semaine 17 : Les fonctions trigonométriques	201
■ Semaine 18 : Les suites arithmétiques	219
■ Semaine 19 : Les vecteurs directeurs et les vecteurs normaux	229
■ Semaine 20 : Relation entre une fonction et sa dérivée	245
■ Semaine 21 : Les suites géométriques	259
■ Semaine 22 : Extremum au travers de la dérivée	271
■ Semaine 23 : Équations de cercle	285
■ Semaine 24 : Loi de probabilité et modélisation	301
■ Semaine 25 : La fonction exponentielle	315
■ Semaine 26 : Somme des termes d'une suite	329
■ Semaine 27 : Composée affine de la fonction exponentielle	351
■ Semaine 28 : Espérance et écart-type	359
■ Semaine 29 : Préparation à l'épreuve anticipée de mathématiques	371

Index thématique

Partie I : Algèbre

■ Semaine 1 : Fonctions polynômes du second degré	9
■ Semaine 3 : Racines des polynômes du second degré	39
■ Semaine 5 : Particularités des racines des polynômes	67
■ Semaine 6 : Définition des suites. Les suites explicites	73
■ Semaine 9 : Définition des suites. Les suites récurrentes	105
■ Semaine 11 : Étude des suites	129
■ Semaine 12 : Signe et factorisation des polynômes de degré deux	139
■ Semaine 14 : Signe et représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré	155
■ Semaine 18 : Les suites arithmétiques	219
■ Semaine 21 : Les suites géométriques	259
■ Semaine 26 : Somme des termes d'une suite	329

Partie II : Analyse

■ Semaine 2 : Cercle trigonométrique et repérage sur le cercle	23
■ Semaine 7 : Nombre dérivé	83
■ Semaine 13 : Définitions des fonctions dérivées et dérivée des fonctions usuelles	149
■ Semaine 15 : Opérations sur les fonctions dérivées	173
■ Semaine 17 : Les fonctions trigonométriques	201
■ Semaine 20 : Relation entre une fonction et sa dérivée	245
■ Semaine 22 : Extremum au travers de la dérivée	271
■ Semaine 25 : La fonction exponentielle	315
■ Semaine 27 : Composée affine de la fonction exponentielle	351

Partie III : Géométrie

■ Semaine 4 : Produits scalaires	53
■ Semaine 8 : Application du produit scalaire	93
■ Semaine 19 : Les vecteurs directeurs et les vecteurs normaux	229
■ Semaine 23 : Équations de cercle	285

Partie IV : Probabilités

■ Semaine 10 : Probabilités conditionnelles	115
■ Semaine 16 : Indépendance de deux évènements	189
■ Semaine 24 : Loi de probabilité et modélisation	301
■ Semaine 28 : Espérance et écart-type	359

Partie V : Entraînement à l'épreuve

■ Semaine 29 : Préparation à l'épreuve anticipée de mathématiques	371
---	-----



Fonctions polynômes du second degré



Objectif de la semaine

Savoir résoudre toutes les équations de la forme

$$ax^2 + bx + c = 0.$$



Leçon de la semaine

1. Introduction : définitions et terminologie

Définition

- Un monôme en la variable x est une expression de la forme ax^n où a est un nombre réel et n est un entier.

Exemples

$12x^{27}$; πx^2 ; $-3x$ ou encore $5 (= 5x^0)$ sont des monômes.

- Un polynôme (en la variable x) est une somme de monôme en la variable x .

Exemple

$12x^{27} - 3x^2 + 24$ est un polynôme.

- Le degré d'un polynôme est le plus grand exposant de x apparaissant dans l'expression du polynôme.

Exemples

$12x^{27} - 3x^2 + 24$ est un polynôme de degré 27 ; $5x^2 - 3$ est un polynôme de degré 2.

- Un polynôme du second degré (on dit aussi trinôme) est une expression de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Présenté ainsi, on dit qu'il est sous sa forme développée et réduite, par opposition aux formes factorisée et canonique.

Exemples

$7x^2 - x + 3$ est un polynôme du second degré de même que $x^2 - 9$ ou même que $-x^2$ qui sont aussi des polynômes du second degré.

- Les nombres a , b et c sont les coefficients du polynôme.

Exemples

les coefficients du trinôme $7x^2 - x + 3$ sont $a = 7$, $b = -1$ et $c = 3$.

Les coefficients du polynôme $x^2 - 9$ sont $a = 1$, $b = 0$ et $c = -9$.

- Un nombre réel x_r tel que $P(x_r) = 0$ est une racine (ou un zéro) du polynôme $P(x)$.

Exemple

1 est une racine du polynôme $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ car

$$P(1) = 1^3 - 3 \times 1^2 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0.$$

2. Fonction trinôme du second degré

Soit P une fonction polynôme du second degré définie par $P(x) = ax^2 + bx + c$.

Exemple (définition)

Une autre écriture des polynômes consiste à ne faire apparaître l'inconnue x qu'une seule fois dans l'expression du polynôme. Essayons de ne faire apparaître l'inconnue qu'une seule fois dans l'expression des polynômes suivants :

- $P(x) = x^2 + 2x + 2$;
- $Q(x) = 2x^2 - 4x - 8$.

Correction :

$$\begin{aligned} \bullet P(x) &= x^2 + 2x + 2 \\ &= x^2 + 2x + 1 - 1 + 2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{On fait apparaître (de force) une identité} \\ \text{remarquable.} \end{array}$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 + 2 \quad \begin{array}{l} \text{L'identité remarquable est du type} \\ a^2 + 2ab + b^2. \end{array}$$

$$= (x + 1)^2 + 1 \quad \text{On factorise à l'aide des identités remarquables.}$$

Ainsi $P(x) = (x + 1)^2 + 1$ et on a réussi à écrire le polynôme P en n'utilisant qu'une fois l'inconnue x .

$$\begin{aligned} \bullet Q(x) &= 2x^2 - 4x - 8 \\ &= 2(x^2 - 2x - 4) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{On factorise par 2 pour obtenir le début} \\ \text{d'une identité remarquable.} \end{array}$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1 - 4) \quad \begin{array}{l} \text{On fait apparaître (de force) une identité} \\ \text{remarquable.} \end{array}$$

$$= 2((x^2 - 2x + 1) - 1 - 4) \quad \begin{array}{l} \text{L'identité remarquable est du type} \\ a^2 - 2ab + b^2. \end{array}$$

$$= 2((x - 1)^2 - 5) \quad \text{On factorise à l'aide des identités remarquables.}$$



$$= 2(x-1)^2 - 10$$

On distribue le 2 pour réduire le nombre de parenthèses.

Ainsi $Q(x) = 2(x-1)^2 - 10$ et on a réussi à écrire le polynôme Q en n'utilisant qu'une fois l'inconnue x .

Forme canonique

Proposition

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$, cette dernière est la forme canonique du polynôme $P(x)$.

Démonstration :

Nous allons développer l'expression $a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$. En général, pour montrer une égalité, il est toujours plus facile de développer que de factoriser.

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a\left(x^2 + 2 \times x \times \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{On utilise}$$

les identités remarquables pour développer.

$$= a\left(x^2 + x \times \frac{b}{a} + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{On distribue le } a$$

dans la parenthèse.

$$= ax^2 + x \times b + \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{On simplifie.}$$

$$= ax^2 + bx + c$$

$$\text{Donc } a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = ax^2 + bx + c.$$

Remarque :

On note la forme canonique de $P(x)$:

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

Propriété

Le tableau de variation de P est :

- si $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$P(x)$			

P admet un minimum en $x = \alpha$ qui vaut β .

- si $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$P(x)$			

P admet un maximum en $x = \alpha$ qui vaut β .

Remarque :

On a donc trois méthodes différentes pour calculer la forme canonique d'un polynôme : Factorisation (comme dans l'exemple précédent), utilisation de la formule et calcul de α et β . Chacune de ses méthodes a des avantages et des inconvénients. Chaque élève va pouvoir utiliser la forme qui lui convient le mieux.

Exemple :

Déterminer la forme canonique de :

- $P(x) = -x^2 + 2x + 5$;
- $Q(x) = x^2 + 1$.

Correction :

- $P(x) = -x^2 + 2x + 5$

1. Méthode de factorisation :

$$\begin{aligned} P(x) &= -x^2 + 2x + 5 \\ &= -(x^2 - 2x - 5) \end{aligned}$$

On factorise par -1 pour obtenir le début d'une identité remarquable.

$$= -(x^2 - 2x + 1 - 1 - 5)$$

On fait apparaître une identité remarquable.

$$= -((x-1)^2 - 6)$$

On factorise à l'aide des identités remarquables.

$$= -(x-1)^2 + 6$$

On distribue le -1 pour réduire le nombre de parenthèses.



2. Méthode de la formule :

Les coefficients de P sont $a = -1$; $b = 2$ et $c = 5$.

D'après la formule, on a :

$$P(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{On remplace les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$P(x) = (-1) \times \left(x + \frac{2}{2 \times (-1)} \right)^2 - \frac{2^2}{4 \times (-1)} + 5 \quad \text{On simplifie.}$$

$$= -(x-1)^2 - \frac{4}{-4} + 5$$

$$= -(x-1)^2 + 1 + 5$$

$$= -(x-1)^2 + 6$$

3. Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de P sont $a = -1$; $b = 2$ et $c = 5$.

D'après la formule, on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times (-1)} = 1 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = P(1) = -1^2 + 2 \times 1 + 5 = -1 + 2 + 5 = 6 \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } P.$$

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = (-1) \times (x - 1)^2 + 6$$

$$\text{Donc } P(x) = -(x - 1)^2 + 6.$$

• $Q(x) = x^2 + 1$

1. Méthode de factorisation :

$$Q(x) = x^2 + 1 \quad \text{L'inconnue } x \text{ n'apparaît qu'une fois donc c'est déjà l'écriture canonique.}$$

2. Méthode de la formule :

Les coefficients de Q sont $a = 1$; $b = 0$ et $c = 1$.

D'après la formule, on a :

$$Q(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{On remplace les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$= 1 \times \left(x + \frac{0}{2 \times 1} \right)^2 - \frac{0^2}{4 \times 1} + 1 \quad \text{On simplifie.}$$

$$= x^2 + 1$$

3. Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de Q sont $a = 1$; $b = 0$ et $c = 1$.

D'après la formule, on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \times 1} = 0 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$\beta = Q(0) = 0^2 + 1 = 1$ On calcule β en calculant l'image de α par Q .

$$Q(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 1 \times (x - 0)^2 + 1$$

$$\text{Donc } Q(x) = x^2 + 1.$$



Exercices de la semaine

1 Exercices d'acquisition

- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 4)^2 + 2$.
 - Calculer les images de 1 et 2 par f .
 - Calculer les éventuels antécédents de 0 ; 6 et 8 par f .
 - Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- Mêmes questions avec la fonction g définie par $g(x) = -2(x + 1)^2 + 8$.
- Déterminer la forme canonique de :
 - $P(x) = x^2 + 6x + 5$;
 - $Q(x) = x^2 - 4x + 1$.
- Montrer que $3 + \sqrt{5}$ et $3 - \sqrt{5}$ sont les racines de $Z(x) = x^2 - 6x + 4$.

2 Exercices de renforcement

- Déterminer la forme canonique des polynômes suivants, puis en déduire le tableau de variation.
 - $R(x) = 3x^2 + 18x + 6$;
 - $S(x) = -x^2 + 4x + 1$.
- Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = \frac{1}{3}x^2 - \sqrt{5}x + 3$.
 - Déterminer une valeur approchée à 10^{-3} des racines du polynôme P en se servant de la calculatrice.
 - Déterminer la valeur exacte de son maximum et pour quelle valeur il est atteint.

3 Exercice d'approfondissement

- Déterminer la forme canonique du polynôme $T(x) = 2x^2 - 6x + 5$, puis en déduire le tableau de variation.



4 Exercice de devoir sur table

Donner la forme canonique et les tableaux de variation des fonctions polynômes suivantes :

- $A(x) = x^2 - 6x + 5$
- $B(x) = 3x^2 + 8x - 3$
- $C(x) = -3x^2 - 2$



Correction des exercices de la semaine

1 Correction des exercices d'acquisition

1. $f(x) = (x-4)^2 + 2$.

a. $f(1) = (1-4)^2 + 2 = (-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$

Donc l'image de 1 par f est 11.

$f(2) = (2-4)^2 + 2 = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

Donc l'image de 2 par f est 6.

b. $f(x) = 0$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + 2 = 0$

On cherche à isoler le x .

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = -2$

Un carré est toujours positif dans les réels.

Donc 0 n'a pas d'antécédent par f .

$f(x) = 6$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + 2 = 6$

On cherche à isoler le x .

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 - 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 4$ Deux solutions pour une équation du type $x^2 = a$ pour a positif qui sont $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.

$\Leftrightarrow x - 4 = -2$ ou $x - 4 = 2$

$\Leftrightarrow x = -2 + 4 = 2$ ou $x = 2 + 4 = 6$

Donc 2 et 6 sont les antécédents de 6 par f .

$f(x) = 8$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 + 2 = 8$

On cherche à isoler le x .

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 8 - 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6$ Deux solutions pour une équation du type $x^2 = a$ pour a positif.

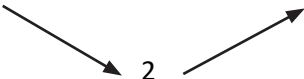
$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{6}$ ou $x - 4 = \sqrt{6}$

$$\Leftrightarrow x = 4 - \sqrt{6} \text{ ou } x = 4 + \sqrt{6}$$

Donc $4 - \sqrt{6}$ et $4 + \sqrt{6}$ sont les antécédents de 8 par f .

- c. Pour f on identifie $a = 1 > 0$; $\alpha = 4$ et $\beta = 2$.

Donc le tableau de variation est :

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$			

2. $g(x) = -2(x+1)^2 + 8$.

a. $g(1) = -2(1+1)^2 + 8 = -2 \times 2^2 + 8 = -8 + 8 = 0$

Donc l'image de 1 par g est 0 (on peut remarquer que 1 est une racine de g).

$$g(2) = -2(2+1)^2 + 8 = -2 \times 3^2 + 8 = -18 + 8 = -10$$

Donc l'image de 2 par g est -10 .

b. • $g(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 + 8 = 0$$

On cherche à isoler le x .

$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 = -8$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{-8}{-2} = 4$$

Deux solutions pour une équation du type $x^2 = a$ pour a positif.

$$\Leftrightarrow x+1 = -2 \text{ ou } x+1 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = -1-2 = -3 \text{ ou } x = 2-1 = 1$$

Donc 1 et -3 sont les antécédents de 0 par g .

• $g(x) = 6$

$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 + 8 = 6$$

$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 = 6 - 8 = -2$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{-2}{-2} = 1$$

Deux solutions pour une équation du type $x^2 = a$ pour a positif.

$$\Leftrightarrow x+1 = -1 \text{ ou } x+1 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -1-1 = -2 \text{ ou } x = 1-1 = 0$$

Donc -2 et 0 sont les antécédents de 6 par g .

• $g(x) = 8$

$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 + 8 = 8$$



$$\Leftrightarrow -2(x+1)^2 = 8 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{0}{-2} = 0$$

Une unique solution pour une équation
du type $x^2 = 0$.

$$\Leftrightarrow x+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=-1$$

Donc -1 est l'unique antécédent de 8 par g .

c. Pour g on identifie $a = -2 < 0$; $\alpha = -1$ et $\beta = 8$.

Donc le tableau de variation est :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g(x)$			

3. • Pour $P(x) = x^2 + 6x + 5$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de P sont $a = 1$; $b = 6$ et $c = 5$.

D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \times 1} = -3 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = P(-3) = (-3)^2 + 6 \times (-3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4 \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } P.$$

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 1 \times (x - (-3))^2 - 4$$

$$\text{Donc } P(x) = (x + 3)^2 - 4$$

• Pour $Q(x) = x^2 - 4x + 1$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de Q sont $a = 1$; $b = -4$ et $c = 1$.

D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = Q(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = 4 - 8 + 1 = -3 \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } Q.$$

$$Q(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 1 \times (x - 2)^2 - 3$$

$$\text{Donc } Q(x) = (x - 2)^2 - 3.$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad Z(3+\sqrt{5}) &= (3+\sqrt{5})^2 - 6 \times (3+\sqrt{5}) + 4 \\
 &= (9+6\sqrt{5}+5) - (18+6\sqrt{5}) + 4 \\
 &= 9+6\sqrt{5}+5-18-6\sqrt{5}+4 \\
 &= 9+5-18+4=0
 \end{aligned}$$

On développe.

On simplifie.

Donc $3+\sqrt{5}$ est une racine de $Z(x)$.

$$\begin{aligned}
 Z(3-\sqrt{5}) &= (3-\sqrt{5})^2 - 6 \times (3-\sqrt{5}) + 4 \\
 &= (9-6\sqrt{5}+5) - (18-6\sqrt{5}) + 4 \\
 &= 9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+4 \\
 &= 9+5-18+4=0
 \end{aligned}$$

On développe.

On simplifie.

Donc $3-\sqrt{5}$ est une racine de $Z(x)$.

2 Correction des exercices de renforcement

1. • Pour $R(x) = 3x^2 + 18x + 6$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de R sont $a = 3 > 0$; $b = 18$ et $c = 6$.

D'après la formule on a :

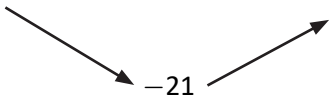
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{18}{2 \times 3} = -3 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = R(-3) = 3 \times (-3)^2 + 18 \times (-3) + 6 = 27 - 54 + 6 = -21 \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } R.$$

$$R(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 3 \times (x - (-3))^2 - 21$$

$$\text{Donc } R(x) = 3(x+3)^2 - 21.$$

Le tableau de variation :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$R(x)$			

- Pour $S(x) = -x^2 + 4x + 1$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de S sont $a = -1 < 0$; $b = 4$ et $c = 1$.

D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \times (-1)} = 2 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$



$$\beta = S(2) = -2^2 + 4 \times 2 + 1 = -4 + 8 + 1 = 5$$

On calcule β en calculant l'image de α par S .

$$S(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = (-1) \times (x - 2)^2 + 5$$

$$\text{Donc } S(x) = -(x - 2)^2 + 5.$$

Le tableau de variation :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$S(x)$			

2. $P(x) = \frac{1}{3}x^2 - \sqrt{5}x + 3.$

a. D'après le tableau de la calculatrice, si on note x_1 et x_2 les racines du polynôme P .

$$x_1 \approx 1,854$$

$$x_2 \approx 4,854$$

b. Les coefficients de P sont $a = \frac{1}{3}$; $b = -\sqrt{5}$ et $c = 3$.

D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-\sqrt{5}}{2 \times \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

On calcule α en remplaçant

les coefficients par leurs valeurs.

$$\begin{aligned} \beta &= P\left(\frac{3}{2}\sqrt{5}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}\sqrt{5}\right)^2 - \sqrt{5} \times \left(\frac{3}{2}\sqrt{5}\right) + 3 \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{9}{4} \times 5\right) - \frac{3}{2} \times 5 + 3 \\ &= \frac{15}{4} - \frac{15}{2} + 3 \\ &= \frac{15}{4} - \frac{30}{4} + \frac{12}{4} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Donc le maximum de P est $-\frac{3}{4}$ atteint pour $x = \frac{3}{2}\sqrt{5}$.

3 Correction de l'exercice d'approfondissement

$$T(x) = 2x^2 - 6x + 5$$

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de T sont $a = 2 > 0$; $b = -6$ et $c = 5$.

D'après la formule on a :

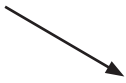
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \times 2} = \frac{3}{2} \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = T\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6 \times \frac{3}{2} + 5 = \frac{9}{2} - 9 + 5 = \frac{1}{2} \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } T.$$

$$T(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 2 \times \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } R(x) = 2 \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}.$$

Le tableau de variation :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$R(x)$		$\frac{1}{2}$	

4 Correction des exercices de devoir sur table

- $A(x) = x^2 - 6x + 5$

- $B(x) = 3x^2 + 8x - 3$

- $C(x) = 3x^2 - 2$

1. Pour $A(x) = x^2 - 6x + 5$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de A sont $a = 1 > 0$; $b = -6$ et $c = 5$.

D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \times 1} = 3 \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

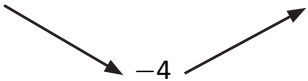
$$\beta = A(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4 \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } A.$$

$$A(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 1 \times (x - 3)^2 - 4$$

$$\text{Donc } A(x) = (x - 3)^2 - 4.$$



Le tableau de variation :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$A(x)$			

2. Pour $B(x) = 3x^2 + 8x - 3$.

Méthode de calcul de α et β :

Les coefficients de A sont $a = 3 > 0$; $b = 8$ et $c = -3$.

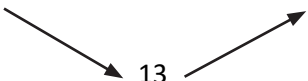
D'après la formule on a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \times 3} = -\frac{4}{3} \quad \text{On calcule } \alpha \text{ en remplaçant les coefficients par leurs valeurs.}$$

$$\beta = B\left(-\frac{4}{3}\right) = 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 8 \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 3 = \frac{16}{3} - \frac{32}{3} - 3 = -\frac{16}{3} - 3 = -\frac{25}{3} \quad \text{On calcule } \beta \text{ en calculant l'image de } \alpha \text{ par } A.$$

$$B(x) = 3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{25}{3}$$

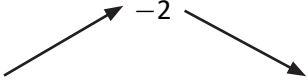
Le tableau de variation :

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
$B(x)$			

3. Pour $C(x) = -3x^2 - 2$.

C'est déjà la forme canonique de C car c'est déjà sous la forme $a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $a = -3 < 0$, $\alpha = 0$ et $\beta = -2$.

Le tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$C(x)$			



Cercle trigonométrique et repérage sur le cercle



Objectif de la semaine

Utiliser les radians et savoir calculer l'angle entre deux vecteurs.



Leçon de la semaine

1. Conversion

Remarque :

On connaît l'unité de mesure qui est le degré (unité : °). On va maintenant utiliser l'unité internationale qui est le **radian** (unité : rad).

Pour la conversion on se reportera toujours à la mesure d'un tour complet, donc de 360 degrés qui correspond à 2π radian. Plus simplement on prendra toujours π radian qui correspond à 180 degrés et on fera un produit en croix.

Voici le tableau de conversion des principales mesures :

α en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
α en degré	0	30	45	60	90	180

Exemple :

Convertir les angles suivants :

- 100 degrés ;
- 360 degrés ;
- $\frac{\pi}{5}$ radian ;
- $\frac{\pi}{12}$ radian.

Correction :

a. 180 degrés $\rightarrow \pi$ radian

100 degrés $\rightarrow ?$

$$\frac{100 \times \pi}{180} = \frac{20 \times 5\pi}{20 \times 9} = \frac{5\pi}{9}$$

Donc 100 degrés correspondent à $\frac{5\pi}{9}$ radian.

b. 360 degrés correspond à 2π radian.

c. π radian $\rightarrow 180$ degrés.

$\frac{\pi}{5}$ radian $\rightarrow ?$

$$\frac{\frac{\pi}{5} \times 180}{\pi} = \frac{\frac{180}{5} \times \pi}{\pi} = \frac{180}{5} = 36$$

Donc $\frac{\pi}{5}$ radian correspond à 36 degrés.

d. π radian $\rightarrow 180$ degrés.

$\frac{\pi}{12}$ radian $\rightarrow ?$

$$\frac{\frac{\pi}{12} \times 180}{\pi} = \frac{\frac{180}{12} \times \pi}{\pi} = \frac{180}{12} = 15$$

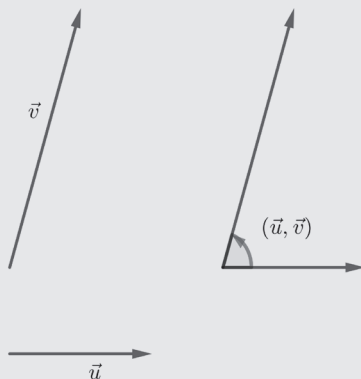
Donc $\frac{\pi}{12}$ radian correspond à 15 degrés.

2. Mesure d'un angle orienté

A. Angle orienté de vecteur

Définition

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls, le couple ordonné $(\vec{u}, \vec{v})$ définit un angle orienté.



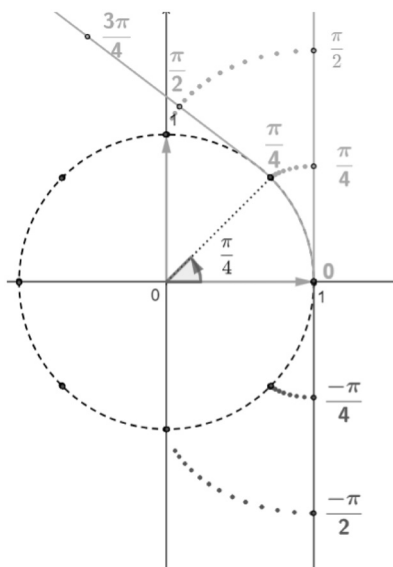


B. Cercle trigonométrique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé et orienté dans le sens direct, on appelle cercle trigonométrique le cercle de centre O et de rayon 1.

Remarque :

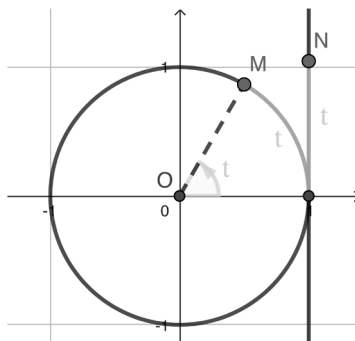
Le périmètre du cercle trigonométrique est de 2π unités. On peut donc faire un rapprochement entre la distance parcourue sur le cercle à l'extérieur avec l'angle que l'on fait.



C. Repérage d'un point sur le cercle trigonométrique

Soit t un réel,

- Par enroulement dans le sens direct, le point N de la droite des réels a pour image un unique point M sur le cercle trigonométrique.
- Si le point N a pour ordonnée t , le point M est alors le point image sur le cercle trigonométrique de tous les points de la droite $\mathcal{D}$ ayant une ordonnée de la forme $t + k \times 2\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$. Donc un point du cercle correspond à une infinité de point sur la droite.



Exemple :

Soit B un point du cercle trigonométrique tel que $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Alors } (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4} = \frac{9\pi}{4} - 2\pi$$

$$(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4} = \frac{17\pi}{4} - 4\pi$$

$$(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{4} = \frac{-7\pi}{4} + 2\pi$$

Ainsi le point B est repéré sur le cercle de façon identique par les angles $\frac{\pi}{4}$, $\frac{9\pi}{4}$, $\frac{17\pi}{4}$ ou encore $\frac{-7\pi}{4}$ (il y a une infinité d'angles qui repère le point B).

D. Mesure principale

Définition

Parmi les mesures d'un angle orienté, il en existe une et une seule, appelée mesure principale appartenant à l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

Exemple :

Soit M un point du cercle tel que $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM}) = \frac{9\pi}{2}$.

$$\frac{9\pi}{2} - 4\pi = \frac{\pi}{2} \text{ et } \frac{\pi}{2} \in]-\pi; \pi].$$

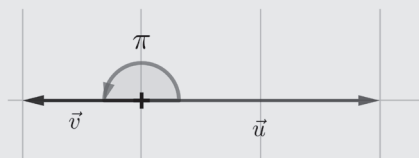
Donc $\frac{\pi}{2}$ est la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM})$.

3. Propriété des angles orientés

A. Colinéarité

Théorème

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs colinéaires et de même sens si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = 0$;
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs colinéaires et de sens contraire si et seulement si $(\vec{u}; \vec{v}) = \pi$.

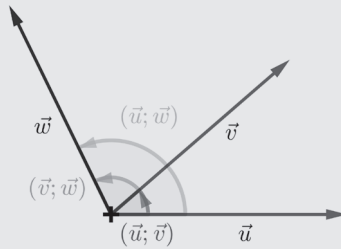




B. Relation de Chasles

Théorème

Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, on a : $(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; \vec{w}) = (\vec{u}; \vec{w})$.



C. Propriétés

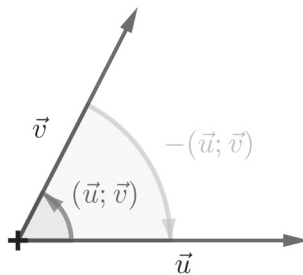
Propriétés

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et $k \in \mathbb{R}^+ \left(\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[\right)$:

- $(\vec{v}; \vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{v})$;
- $(\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$;
- $(-\vec{u}; \vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$;
- $(-\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v})$;
- $(\vec{u}; k\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v})$.

Démonstration :

- $(\vec{v}; \vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{v})$:

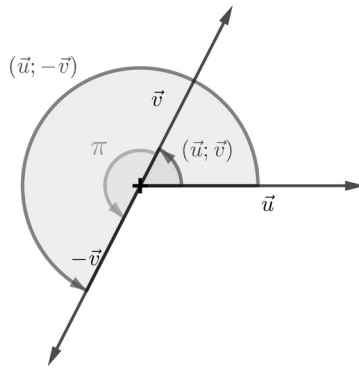


D'après le théorème de la relation de Chasles :

$$(\vec{v}; \vec{u}) + (\vec{u}; \vec{v}) = (\vec{v}; \vec{v}) = 0$$

Donc $(\vec{v}; \vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{v})$.

- $(\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$:



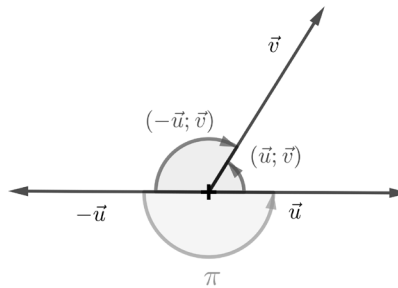
D'après le théorème de la relation de Chasles :

$$(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; -\vec{v}) = (\vec{u}; -\vec{v})$$

Comme $-\vec{v}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de sens contraire, $(\vec{v}; -\vec{v}) = \pi$.

Donc $(\vec{u}; \vec{v}) + \pi = (\vec{u}; -\vec{v})$.

- $(-\vec{u}; \vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$:



$(\vec{u}; \vec{v}) = -(\vec{v}; \vec{u})$ d'après le premier point.

$= -((\vec{v}; -\vec{u}) + \pi)$ d'après le deuxième point.

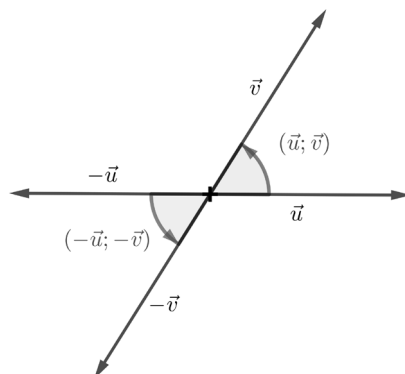
$= -(\vec{v}; -\vec{u}) - \pi$

$= (-\vec{u}; \vec{v}) - \pi$ d'après le premier point.

Donc $(\vec{u}; \vec{v}) + \pi = (-\vec{u}; \vec{v})$.



• $(-\vec{u}; -\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) :$



D'après le théorème de la relation de Chasles :

$$\begin{aligned} (-\vec{u}; -\vec{v}) &= (-\vec{u}; \vec{u}) + (\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; -\vec{v}) \\ &= -(\vec{u}; -\vec{u}) + (\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; -\vec{v}) \end{aligned}$$

D'après

le premier point.

$$= -\pi + (\vec{u}; \vec{v}) + \pi$$

D'après le deuxième point.

$$= (\vec{u}; \vec{v})$$

• $(\vec{u}; k\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) :$

D'après le théorème de la relation de Chasles :

$$(\vec{u}; k\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{v}; k\vec{v})$$

Comme $k > 0$, $\vec{v}$ et $k\vec{v}$ sont colinéaires de même sens, $(\vec{v}; k\vec{v}) = 0$.

Donc $(\vec{u}; k\vec{v}) = (\vec{u}; \vec{v})$.

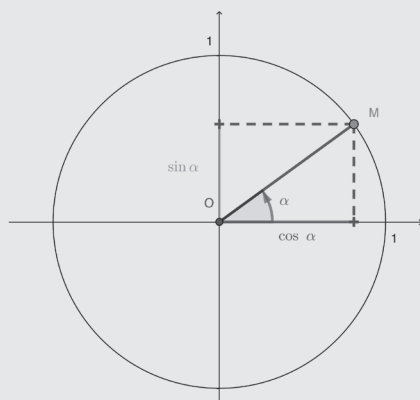
4. Cosinus et sinus d'un nombre réel

A. Définitions

Définition

Soit α un réel et M le point du cercle trigonométrique repéré par α ,

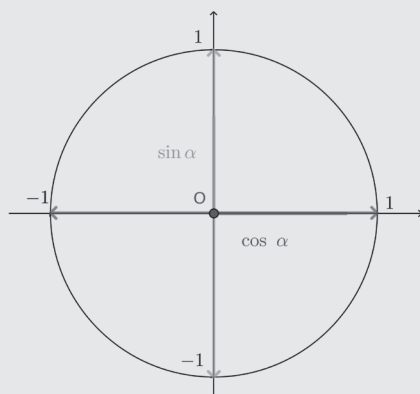
- On appelle « cosinus de α » et on note $\cos \alpha$, l'abscisse du point M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- On appelle « sinus de α » et on note $\sin \alpha$, l'ordonnée du point M dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



B. Propriétés fondamentales

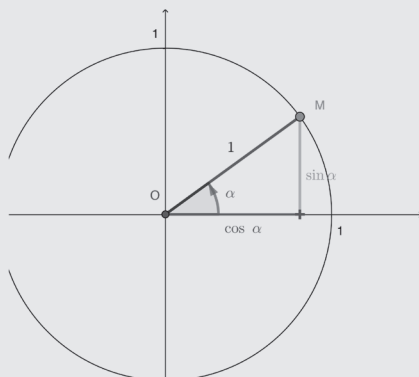
Propriété 1

Pour tout réel α , $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ et $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$.



Propriété 2

Pour tout réel α , $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.





C. Cosinus et sinus des angles de référence

Angles en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Démonstration :

- Calcul de $\cos \frac{\pi}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{4}$:

$\cos \frac{\pi}{4} > 0$ et $\sin \frac{\pi}{4} > 0$ d'après le cercle trigonométrique.

$\frac{\pi}{4}$ représente un angle de 45° qui est présent dans un triangle rectangle isocèle. Comme dans le triangle ABC rectangle isocèle en C de petit côté $AC = BC = a$ ci-contre.

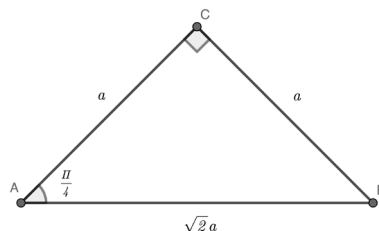
D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{Donc } AB = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a.$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin \widehat{BAC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Remarque :

On aurait aussi pu remarquer que $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4}$ et comme

$$\left(\cos \frac{\pi}{4} \right)^2 + \left(\sin \frac{\pi}{4} \right)^2 = 1, \text{ on aurait trouvé que } \left(\cos \frac{\pi}{4} \right)^2 = \left(\sin \frac{\pi}{4} \right)^2 = \frac{1}{2}.$$

- Calcul de $\cos \frac{\pi}{3}$ et $\sin \frac{\pi}{3}$:

$\cos \frac{\pi}{3} > 0$ et $\sin \frac{\pi}{3} > 0$ d'après le cercle trigonométrique.

$\frac{\pi}{3}$ représente un angle de 60° qui est présent

dans un triangle équilatéral. Comme dans le triangle ABC équilatéral de côté $AB = AC = BC = a$ ci-contre.

Dans le triangle ACH rectangle en H. On a

$$CH = \frac{a}{2}.$$

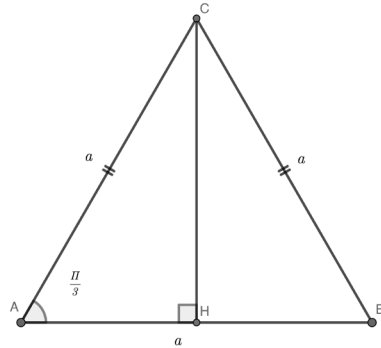
$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos \widehat{BAC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\cos \frac{\pi}{3} \right)^2 + \left(\sin \frac{\pi}{3} \right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\sin \frac{\pi}{3} \right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sin \frac{\pi}{3} \right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Remarque :

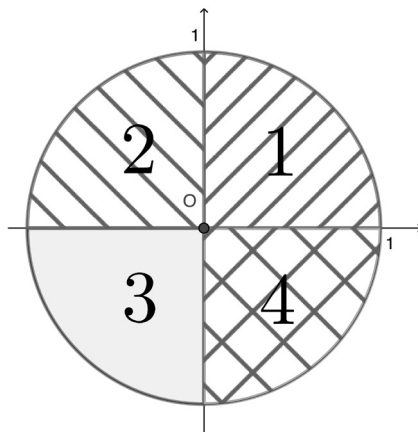
Pour l'angle de $\frac{\pi}{6}$ le raisonnement est le même mais les résultats sont l'inverse entre cosinus et sinus.



Exercices de la semaine

1 Exercices d'acquisition

1. Dire dans quel cadran se trouve les points du cercle repérés à l'aide des angles suivants :



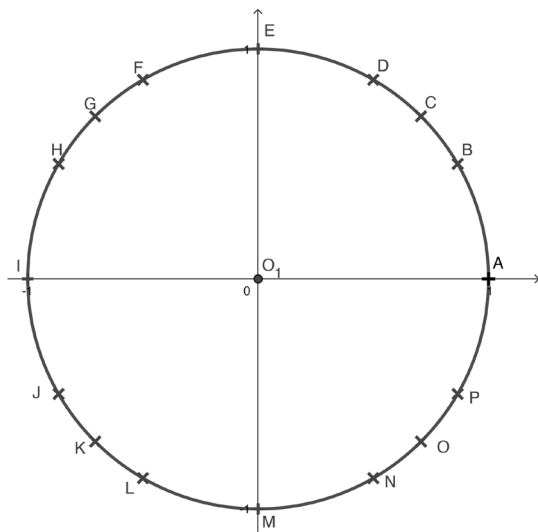
- | | |
|------------------------|------------------------|
| a. $-\frac{3\pi}{4}$; | c. $-\frac{2\pi}{5}$; |
| b. $\frac{\pi}{5}$; | d. $-\frac{\pi}{8}$. |
2. Sachant qu'un angle de $\frac{\pi}{6}$ radian correspond à 30 degrés.
- Déterminer la mesure en radian des angles suivants :

i. 15 degrés ;	iv. 7,5 degrés ;
ii. 60 degrés ;	v. 37,5 degrés.
iii. 3 degrés ;	
 - Déterminer la mesure en degrés des angles suivants :

i. $\frac{5\pi}{6}$;	iii. $\frac{\pi}{18}$;
ii. $\frac{\pi}{2}$;	iv. $\frac{\pi}{9}$.

2 Exercices de renforcement

1. Dire à quel point du cercle correspond les angles suivants :



a. $-\frac{5\pi}{3}$;

b. $\frac{7\pi}{2}$;

c. -23π ;

d. $\frac{11\pi}{6}$;

e. 216π ;

f. $\frac{435\pi}{2}$;

g. $-\frac{115\pi}{6}$.

2. Déterminer si le cosinus et le sinus des angles suivants est positif ou négatif sans utiliser la calculatrice.

a. $-\frac{5\pi}{3}$;

b. $\frac{2\pi}{5}$;

c. $-\frac{\pi}{7}$;

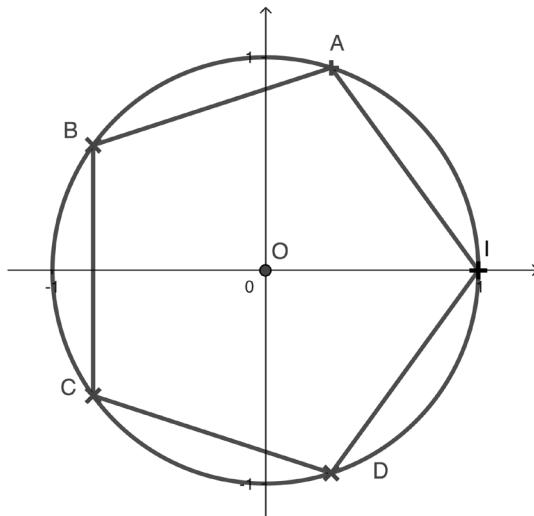
d. $\frac{8\pi}{9}$.

3. Sachant que $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, déterminer la valeur de $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.



3 Exercice d'approfondissement

Dans le cercle trigonométrique on inscrit un pentagone régulier IABCD. Déterminer les angles associés aux sommets du pentagone.



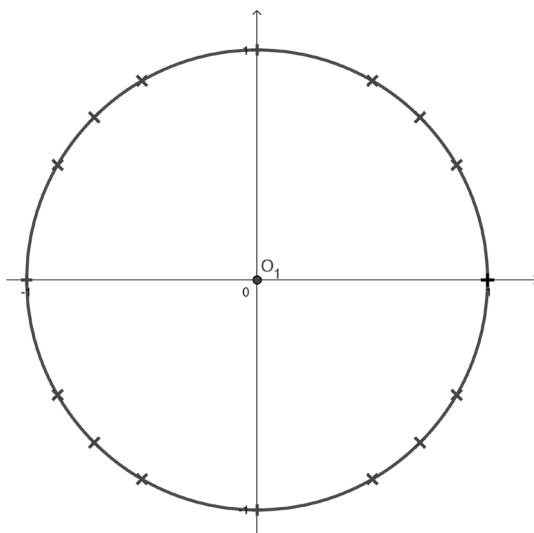
4 Exercices de devoir sur table

1. Déterminer la mesure principale des angles suivants :

$$\frac{23\pi}{5}; -\frac{46\pi}{3}; \frac{9\pi}{10}; -\frac{172\pi}{4}$$

2. Placer les points correspondants aux angles suivants sur le cercle trigonométrique ci-joint :

$$\frac{5\pi}{6}; -\frac{3\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{5}$$





Correction des exercices de la semaine

1 Correction des exercices d'acquisition

1. a. Cadran SO ; c. Cadran SE ;
b. Cadran NE ; d. Cadran SE.

2. a. i. $15 = 30 \times \frac{1}{2}$, donc $\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$ radian ;

ii. $60 = 30 \times 2$, donc $2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ radian ;

iii. $3 = 30 \times \frac{1}{10}$, donc $\frac{1}{10} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{60}$ radian ;

iv. $7,5 = 30 \times \frac{1}{4}$, donc $\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{24}$ radian ;

v. $37,5 = 30 + 7,5$, donc $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{24} = \frac{5\pi}{24}$ radian.

b. i. $\frac{5\pi}{6} = 5 \times \frac{\pi}{6}$, donc $5 \times 30 = 150$ degrés ;

ii. $\frac{\pi}{2} = 3 \times \frac{\pi}{6}$, donc $3 \times 30 = 90$ degrés ;

iii. $\frac{\pi}{18} = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{6}$, donc $\frac{1}{3} \times 30 = 10$ degrés ;

iv. $\frac{\pi}{9} = 2 \times \frac{\pi}{18}$, donc $2 \times 10 = 20$ degrés.

2 Correction des exercices de renforcement

1. a. $\frac{5\pi}{3}$ correspond au point D ;

b. $\frac{7\pi}{2}$ correspond au point M ;

c. -23π correspond au point I ;

d. $\frac{11\pi}{6}$ correspond au point P ;

e. 216π correspond au point A ;

f. $\frac{435\pi}{2}$ correspond au point M ;

g. $-\frac{115\pi}{6}$ correspond au point H ;

2. a. $\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) > 0$ et $\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) > 0$ (cadran NE) ;

b. $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) > 0$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) > 0$ (cadran NE) ;



c. $\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) > 0$ et $\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) < 0$ (cadran SE) ;

d. $\cos\left(\frac{8\pi}{9}\right) < 0$ et $\sin\left(\frac{8\pi}{9}\right) > 0$ (cadran NO).

3. $\left(\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)^2 + \left(\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)^2 = 1$

Donc $\left(\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)^2 = 1 - \left(\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)^2$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \sqrt{1 - \left(\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2}$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{(\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times 1 + 1^2}{4^2}\right)}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{16}{16} - \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 + 2\sqrt{5}}{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$$

3 Correction de l'exercice d'approfondissement

Si on découpe le pentagone en cinq, on obtient cinq angles égaux au centre dont la somme fait un tour complet, soit 2π radian. Donc chacun des angles fait $\frac{2\pi}{5}$ radian. Ainsi on peut identifier I avec l'angle 0, A avec l'angle $\frac{2\pi}{5}$, B avec l'angle $\frac{4\pi}{5}$, D avec l'angle $-\frac{2\pi}{5}$ et C avec l'angle $-\frac{4\pi}{5}$.

4 Correction des exercices de devoir sur table

- $\frac{23\pi}{5} - 4\pi = \frac{3\pi}{5}$, donc $\frac{3\pi}{5}$ est la mesure principale de $\frac{23\pi}{5}$;
 $-\frac{46\pi}{3} + 16\pi = \frac{2\pi}{3}$, donc $\frac{2\pi}{3}$ est la mesure principale de $-\frac{46\pi}{3}$;
 $\frac{9\pi}{10}$ est déjà une mesure principale ;
 $-\frac{172\pi}{4} + 44\pi = \pi$, donc π est la mesure principale de $-\frac{172\pi}{4}$.

2.

