

Nouveau  
programme  
2026

Apprendre  
à raisonner

MATHS

5<sup>e</sup>

Mathieu Kieffer

2<sup>e</sup> édition

ellipses





Apprendre  
à raisonner

# MATHS

2<sup>e</sup> édition

Mathieu Kieffer

Professeur agrégé de mathématiques  
au collège Hubert Curien (Cornimont)

5<sup>e</sup>



ISBN 9782340-115958

Dépôt légal : juin 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.

8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

[www.editions-ellipses.fr](http://www.editions-ellipses.fr)

*« Il n'y a de progrès, pour nul écolier au monde, ni en ce qu'il entend, ni en ce qu'il voit, mais seulement en ce qu'il fait. »*

Émile-Auguste Chartier dit « Alain »

*« Les mathématiques sont à la source d'un savoir profond et éternel, qui plonge au cœur de toute matière et nous unit par-delà les continents, les cultures et les siècles. Je rêve que chacun de nous puisse contempler et apprécier la beauté magique et l'harmonie délicate de ces idées, de ces formules et de ces équations, et que cet émerveillement donne plus de sens à notre amour pour le monde et pour autrui. »*

Edward Frenkel





## Avant-propos

À l'origine, ce livre est issu du cours dispensé quotidiennement à mes élèves de Cinquième. Aspirant à donner des bases minimales mais solides à tout élève disposé à les recevoir à travers les différents thèmes évoqués au sein du programme officiel, il s'est, au fil des années, vu enrichi de remarques, points de vue et autres approfondissements de telle sorte qu'il est à ce jour également devenu un outil de choix à destination du jeune professeur parfois noyé et désabusé devant le paysage hétéroclite des manuels scolaires. Les objets mathématiques utilisés y sont toujours présentés via une définition claire, précise et adaptée au collégien. Les quelques théorèmes et autres résultats mathématiques y sont démontrés dans la mesure du possible avec plus ou moins de détails. Les propositions laissées sans démonstration sont admises en raison de l'inexistence de preuve accessible à ce niveau ; une référence aux cours des classes ultérieures est alors requise. Chacun des quinze chapitres qui composent cet ouvrage se termine par une section proposant dix exercices se voulant originaux et hétéroclites<sup>1</sup>. Si ces exercices bénéficient tous d'un corrigé, ils ne porteront toutefois leurs fruits que si l'élève accepte de sécher plusieurs heures voire plusieurs jours sans aller y jeter un œil. Stylo en main, ce dernier doit en effet se frotter à cette réalité mathématique parfois impitoyable mais si belle lorsque l'on parvient à l'entrevoir par sa propre expérience, ses propres efforts.

---

1. Le lecteur surpris par l'absence d'exercices techniques et répétitifs se tournera vers *Maths - Apprendre à calculer - Collège* du même auteur, aux éditions Ellipses.





# Table des matières

|          |                                                          |           |
|----------|----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Nombres relatifs - Présentation</b>                   | <b>11</b> |
| 1.1      | Introduction . . . . .                                   | 11        |
| 1.2      | Présentation . . . . .                                   | 12        |
| 1.3      | Repérage d'un point sur une droite . . . . .             | 14        |
| 1.4      | Repérage d'un point dans le plan . . . . .               | 16        |
| 1.5      | Exercices . . . . .                                      | 18        |
| 1.6      | Corrigés . . . . .                                       | 21        |
| <b>2</b> | <b>Angles</b>                                            | <b>27</b> |
| 2.1      | Quelques configurations classiques . . . . .             | 27        |
| 2.2      | Propriétés angulaires des parallèles . . . . .           | 30        |
| 2.3      | Un bel invariant . . . . .                               | 34        |
| 2.4      | Exercices . . . . .                                      | 38        |
| 2.5      | Corrigés . . . . .                                       | 41        |
| <b>3</b> | <b>Enchaînement d'opérations</b>                         | <b>49</b> |
| 3.1      | Successions d'additions et de soustractions . . . . .    | 49        |
| 3.2      | Successions de multiplications et de divisions . . . . . | 50        |
| 3.3      | Et si l'on mêle les quatre opérations ? . . . . .        | 51        |
| 3.4      | Comment contrecarrer ces priorités ? . . . . .           | 52        |
| 3.5      | Structure d'une expression algébrique . . . . .          | 53        |
| 3.6      | Transformer un produit en somme ou différence . . . . .  | 55        |
| 3.7      | Exercices . . . . .                                      | 57        |
| 3.8      | Corrigés . . . . .                                       | 60        |
| <b>4</b> | <b>Nombres rationnels - Présentation</b>                 | <b>65</b> |
| 4.1      | Généralités . . . . .                                    | 65        |
| 4.2      | Réduction au même dénominateur . . . . .                 | 68        |
| 4.3      | Comparaison de fractions . . . . .                       | 69        |
| 4.4      | Partie entière d'une fraction . . . . .                  | 70        |
| 4.5      | Fractions décimales . . . . .                            | 71        |
| 4.6      | Exercices . . . . .                                      | 71        |
| 4.7      | Corrigés . . . . .                                       | 74        |

|           |                                                                        |            |
|-----------|------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>5</b>  | <b>Symétrie centrale</b>                                               | <b>79</b>  |
| 5.1       | Présentation . . . . .                                                 | 79         |
| 5.2       | Liens entre symétrie centrale et symétrie axiale . . . . .             | 84         |
| 5.3       | Exercices . . . . .                                                    | 87         |
| 5.4       | Corrigés . . . . .                                                     | 90         |
| <b>6</b>  | <b>Nombres relatifs - Addition et soustraction</b>                     | <b>97</b>  |
| 6.1       | Addition de nombres relatifs . . . . .                                 | 97         |
| 6.2       | Soustraction de nombres relatifs . . . . .                             | 100        |
| 6.3       | Addition, soustraction et ordre . . . . .                              | 103        |
| 6.4       | Une application : les mesures algébriques . . . . .                    | 104        |
| 6.5       | Exercices . . . . .                                                    | 104        |
| 6.6       | Corrigés . . . . .                                                     | 107        |
| <b>7</b>  | <b>Parallélogramme</b>                                                 | <b>111</b> |
| 7.1       | Présentation . . . . .                                                 | 111        |
| 7.2       | Propriétés des angles . . . . .                                        | 112        |
| 7.3       | Propriétés des côtés . . . . .                                         | 113        |
| 7.4       | Propriétés des diagonales . . . . .                                    | 115        |
| 7.5       | Exercices . . . . .                                                    | 117        |
| 7.6       | Corrigés . . . . .                                                     | 119        |
| <b>8</b>  | <b>Nombres rationnels - Addition et soustraction</b>                   | <b>127</b> |
| 8.1       | Addition de deux nombres rationnels . . . . .                          | 127        |
| 8.2       | Soustraction de deux nombres rationnels . . . . .                      | 129        |
| 8.3       | Exercices . . . . .                                                    | 131        |
| 8.4       | Corrigés . . . . .                                                     | 133        |
| <b>9</b>  | <b>Parallélogrammes particuliers</b>                                   | <b>137</b> |
| 9.1       | Rectangle . . . . .                                                    | 137        |
| 9.2       | Losange . . . . .                                                      | 139        |
| 9.3       | Carré . . . . .                                                        | 142        |
| 9.4       | Exercices . . . . .                                                    | 146        |
| 9.5       | Corrigés . . . . .                                                     | 149        |
| <b>10</b> | <b>Aire d'une surface plane</b>                                        | <b>157</b> |
| 10.1      | Aire d'un parallélogramme . . . . .                                    | 157        |
| 10.2      | Aire d'un triangle . . . . .                                           | 159        |
| 10.3      | Aire d'un disque ou le retour d'un vieil ami . . . . .                 | 160        |
| 10.4      | Exercices . . . . .                                                    | 162        |
| 10.5      | Corrigés . . . . .                                                     | 166        |
| <b>11</b> | <b>Expressions algébriques</b>                                         | <b>173</b> |
| 11.1      | Écriture et réduction d'une expression algébrique . . . . .            | 173        |
| 11.2      | Évaluation d'une expression algébrique et test d'une égalité . . . . . | 175        |
| 11.3      | Développement d'une expression algébrique . . . . .                    | 176        |
| 11.4      | Factorisation d'une expression algébrique . . . . .                    | 178        |
| 11.5      | Équations . . . . .                                                    | 179        |

|                                                           |            |
|-----------------------------------------------------------|------------|
| 11.6 Exercices . . . . .                                  | 181        |
| 11.7 Corrigés . . . . .                                   | 183        |
| <b>12 Probabilités</b>                                    | <b>189</b> |
| 12.1 Généralités . . . . .                                | 189        |
| 12.2 Calculs de probabilités . . . . .                    | 190        |
| 12.3 Exercices . . . . .                                  | 193        |
| 12.4 Corrigés . . . . .                                   | 195        |
| <b>13 Proportionnalité</b>                                | <b>199</b> |
| 13.1 Nombres proportionnels . . . . .                     | 199        |
| 13.2 Règle de trois . . . . .                             | 200        |
| 13.3 Propriétés . . . . .                                 | 200        |
| 13.4 Pourcentage, ratio, échelle et format . . . . .      | 201        |
| 13.5 Exercices . . . . .                                  | 203        |
| 13.6 Corrigés . . . . .                                   | 205        |
| <b>14 Prismes et cylindres</b>                            | <b>209</b> |
| 14.1 Prismes . . . . .                                    | 209        |
| 14.2 Cylindres . . . . .                                  | 212        |
| 14.3 Exercices . . . . .                                  | 215        |
| 14.4 Corrigés . . . . .                                   | 217        |
| <b>15 Statistiques</b>                                    | <b>221</b> |
| 15.1 Généralités . . . . .                                | 221        |
| 15.2 Tableaux et graphiques cartésiens . . . . .          | 222        |
| 15.3 Diagrammes en bâtons . . . . .                       | 223        |
| 15.4 Diagrammes circulaires et semi-circulaires . . . . . | 224        |
| 15.5 Histogrammes . . . . .                               | 225        |
| 15.6 Exercices . . . . .                                  | 227        |
| 15.7 Corrigés . . . . .                                   | 230        |
| <b>Index</b>                                              | <b>237</b> |



# Nombres relatifs - Présentation

## 1.1 Introduction

Certaines grandeurs peuvent être dirigées dans deux sens différents. Lorsque tel est le cas, on dit que ces grandeurs sont orientées. Voici deux exemples de grandeurs orientées :

- En physique, une grandeur appelée « température » mesure le degré d'agitation microscopique des particules. Afin de mesurer une température, il est nécessaire de fixer une température de référence. Ainsi, sur l'échelle « Celsius », la température de référence ayant été choisie comme origine (associée au nombre zéro) est celle de la fusion de la glace. C'est pour cela que l'on dit que la glace fond à la température de 0 degré Celsius, température notée  $0^{\circ}\text{C}$ . Les températures supérieures à  $0^{\circ}\text{C}$  se repèrent à l'aide d'un nombre que l'on fait parfois précéder d'un signe « + ». Les températures inférieures à  $0^{\circ}\text{C}$  doivent être distinguées des précédentes par l'emploi d'un signe, le signe « - ». On parle alors sans ambiguïté d'une température égale à  $-18^{\circ}\text{C}$ , c'est-à-dire située 18 degrés Celsius au-dessous de zéro.
- En topographie, les altitudes sont elles aussi repérées par rapport à une certaine origine, un certain niveau « 0 ». Traditionnellement, celui-ci correspond à celui des océans. Par exemple, lorsque l'on affirme que le Grand Ballon culmine à 1 424 mètres d'altitude, cela signifie que son sommet se situe 1 424 mètres au-dessus du niveau des océans. À l'opposé, le niveau de la mer Morte est à une altitude de  $-395\text{ m}$ , c'est-à-dire 395 mètres au-dessous du niveau des océans.

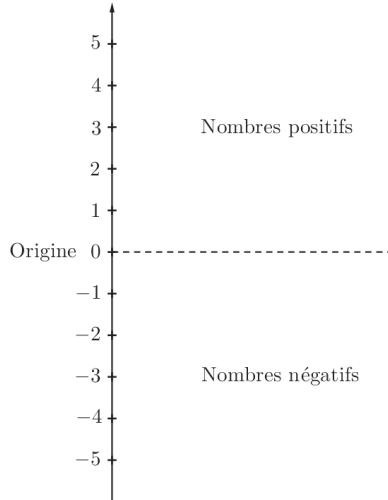
Dans un contexte économique, il est également possible de représenter une dette d'argent par un nombre négatif. Ainsi, au nombre négatif  $-25$ , l'on peut attribuer le sens d'une dette (ou d'une perte) de 25 euros. Quoi qu'il en soit, les situations plus ou moins concrètes où se manifestent naturellement les nombres négatifs ne manquent pas. Il est donc temps de te présenter ces « nouveaux » nombres.

## 1.2 Présentation

Commençons tout d'abord par définir précisément ce qu'est un nombre relatif.

**Définition 1.** Un zéro (ou une origine) étant choisi, on appelle nombre positif tout nombre supérieur ou égal à zéro. On appelle nombre négatif tout nombre inférieur ou égal à 0. Un nombre positif est précédé du signe  $+$ . Un nombre négatif est précédé du signe  $-$ . Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.

*Illustration :*



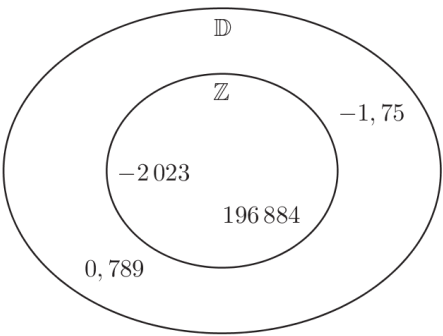
**Exemple.**  $+19,81$  est un nombre positif car  $+19,81 \geq 0$  et  $-2,17$  est un nombre négatif car  $-2,17 \leq 0$ .

Il découle de cette définition qu'il existe un unique nombre à la fois positif et négatif : c'est 0. Par ailleurs, dans un souci d'alléger au maximum les écritures algébriques, le signe «  $+$  » est souvent omis devant un nombre positif. Ainsi, le nombre «  $+19,81$  » s'écrira plus simplement «  $19,81$  ». Parmi ces nombres relatifs, certains nous intéressent tout particulièrement en raison de leur simplicité, ce sont les nombres ENTIERs relatifs.

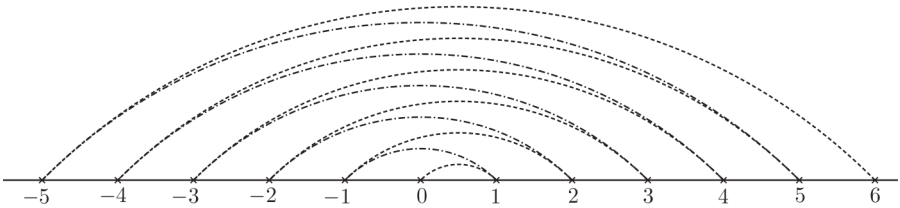
**Définition 2.** La réunion de l'ensemble des nombres ENTIERs positifs et de l'ensemble des nombres ENTIERs négatifs est appelée l'ensemble des nombres entiers relatifs. Cet ensemble est noté  $\mathbb{Z}$ , en référence à la première lettre du mot allemand *zahlen* signifiant « compter ».

**Exemple.** 9 et  $-17$  sont des nombres entiers relatifs et donc également des nombres relatifs.  $89,5$  est un nombre décimal relatif mais n'est pas un nombre entier relatif.  $-64,17$  est un nombre décimal relatif mais n'est pas un nombre entier relatif.

Illustration : voici un diagramme de Venn<sup>1</sup> synthétisant la définition 2 :



Soulignons à cet instant une curiosité qui peut paraître paradoxale de prime abord : il existe autant de nombres entiers naturels que de nombres entiers relatifs ! Pas convaincu ? Alors observe le dessin ci-dessous :



Il est possible de numéroté les nombres entiers relatifs. On commence par 0, que l’on numérote par un « 0 », puis 1, que l’on numérote par un « 1 », puis  $-1$ , que l’on numérote par un « 2 » et ainsi de suite. On obtient de cette façon une numérotation de tous les nombres entiers relatifs uniquement à l’aide des nombres entiers relatifs comme dans le tableau ci-dessous :

| NOMBRE ENTIER RELATIF | 0 | 1 | $-1$ | 2 | $-2$ | 3 | $-3$ | 4 | $-4$ | ... |
|-----------------------|---|---|------|---|------|---|------|---|------|-----|
| NUMÉRO                | 0 | 1 | 2    | 3 | 4    | 5 | 6    | 7 | 8    | ... |

Si une telle numérotation est possible, cela signifie bien qu’il y a autant de nombres entiers naturels que de nombres entiers relatifs...

Reprenons le cours de notre histoire et, comme nous aimons le faire en mathématiques, faisons abstraction de l’éventuel signe « + » ou « - » présent dans l’écriture d’un nombre relatif.

**Définition 3.** On appelle valeur absolue ou distance à zéro d’un nombre relatif ce nombre dépourvu de son signe.

**Exemple.** 39,7 a pour valeur absolue 39,7.  $-26,81$  a pour valeur absolue 26,81.

1. John Venn est un mathématicien et logicien britannique né en 1834 et mort en 1923.

*Notation* : la valeur absolue de  $x$  se note  $|x|$ . Ainsi,  $|-7, 3| = 7, 3$  et  $|900, 1| = 900, 1$ .

Pourquoi diable avoir défini cette étrange chose ? En mathématiques, on ne fait jamais un effort en vain. Bien au contraire, on cherche constamment à en faire le moins possible. Mais pour cela, il faut être inventif et parfois savoir poser les bonnes définitions. La valeur absolue va nous permettre d'apparier nombres positifs et nombres négatifs à travers un nouveau concept, essentiel au collège.

**Définition 4.** Deux nombres relatifs sont dits égaux s'ils ont le même signe et la même valeur absolue. Deux nombres relatifs sont dits opposés s'ils sont de signe contraire et ont la même valeur absolue.

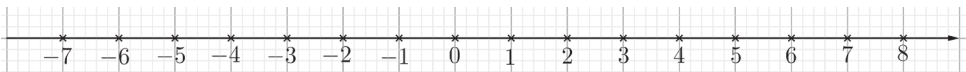
**Exemple.**  $3, 2$  et  $-3, 2$  sont des nombres opposés. En effet, ils sont de signe contraire et ont la même valeur absolue. Par conséquent, si l'on ignore leur signe, ils sont identiques ! Autrement dit, ces deux nombres entretiennent une relation un peu particulière que l'on va pouvoir visualiser à l'aide de la géométrie.

### 1.3 Repérage d'un point sur une droite

En mathématiques, le domaine de l'algèbre et celui de la géométrie sont en perpétuelle interaction. En effet, il n'est pas rare que des calculs interviennent de manière impromptue face à une figure géométrique et que, réciproquement, une figure facilite la compréhension d'une procédure algébrique. Dans cette section, nous sommes dans la deuxième situation puisque nous allons représenter un nombre relatif par un point situé sur une droite.

**Définition 5.** On appelle axe toute droite sur laquelle on a choisi une origine, une unité et une orientation (i.e. un sens de parcours).

*Illustration* :

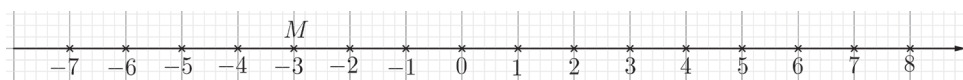


Pourquoi introduire une droite en plein chapitre d'algèbre ? Ne l'oublie pas, rien n'est le fruit du caprice en mathématiques. La raison en est la suivante :

- À tout nombre relatif  $x$  correspond un unique point  $M$  de l'axe. Si je te dis «  $-4$  », alors je sais quel point de l'axe tu es en train de regarder.
- Réciproquement, à tout point  $M$  de l'axe correspond un unique nombre relatif. Si je te montre un point de l'axe avec mon index, alors tu me diras un seul nombre relatif, celui situé en-dessous de ce point.

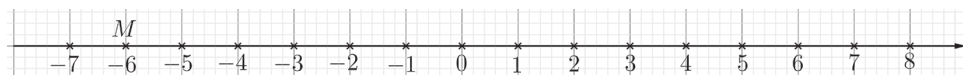
Cette correspondance, que l'on qualifie de « biunivoque » en termes savants, permet de repérer sans ambiguïté un point sur un axe au même titre que ton adresse postale permet de repérer précisément ton lieu d'habitation.

**Exemple.** Sur la droite graduée ci-dessous, le point  $M$  est repéré par le nombre  $-3$ .



**Définition 6.** Soit  $M$  un point d'un axe. Le nombre relatif  $x$  correspondant à  $M$  et permettant de le repérer sur l'axe est appelé l'abscisse du point  $M$ . On note  $M(x)$  ou encore  $\overline{OM} = x$ , où  $O$  désigne l'origine de l'axe.

**Exemple.** Sur l'axe ci-dessous, le point  $M$  a pour abscisse  $-6$ . On note :  $M(-6)$ .

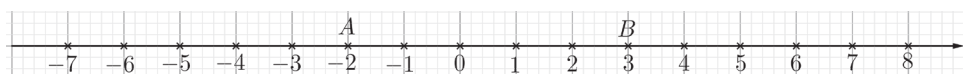


Profitons-en pour formuler deux remarques au passage :

1. C'est parce qu'un seul nombre suffit à savoir où se situe un point sur une droite que l'on dit que la droite est un objet géométrique de DIMENSION 1.
2. Le mot « abscisse » vient du latin *abscondere* signifiant « couper ».

**Définition 7.** Soient  $A$  et  $B$  deux points d'un axe. On appelle mesure algébrique du segment  $[AB]$ , notée  $\overline{AB}$ , l'abscisse de  $B$  lorsque l'on prend  $A$  comme origine de l'axe.

**Exemple.** Sur l'axe ci-dessous, on a :  $\overline{AB} = 5$ .



Remarquons que la mesure algébrique  $\overline{AB}$  est positive si, en parcourant le segment de  $A$  vers  $B$ , on se déplace dans le sens positif défini par l'axe, et négative si, en parcourant le segment de  $A$  vers  $B$ , on se déplace dans le sens négatif défini par l'axe.

**Proposition 8.**  $\overline{AB}$  et  $\overline{BA}$  sont deux nombres opposés.

*Démonstration.* Ce résultat découle de la définition de deux nombres opposés et de la remarque précédente. □

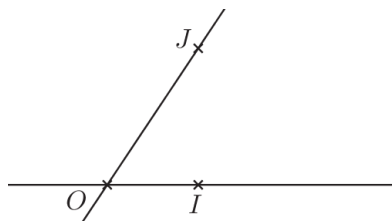
Très bien me diras-tu, mais nous ne vivons pas sur une droite ! Alors, à quoi cela peut-il bien servir de se repérer sur une droite ? Je te le concède, ce modèle est un peu simpliste pour nous repérer sur cette planète. Mais que dirais-tu d'une fourmi se promenant sur ton cahier ?

## 1.4 Repérage d'un point dans le plan

Commençons par une petite expérience de pensée. Essaye d'imaginer la page devant laquelle tu travailles, sans bords, illimitée, dans toutes les directions. Cet objet imaginaire porte un nom en mathématiques : c'est un PLAN. Imagine à présent deux fourmis vivant dans ce plan. Comment pourraient-elle bien se rencontrer ? Quelle adresse donnerait la fourmi A à la fourmi B pour l'inviter au bal des phéromones ? L'idée centrale est la même que sur une droite mais celle-ci ne suffit malheureusement plus car, le plan, d'une certaine façon, est bien trop vaste. Il nous faut alors introduire une nouvelle manière de se repérer.

**Définition 9.** On appelle repère du plan la donnée de trois points  $O$ ,  $I$  et  $J$  non alignés. On le note  $(O; I, J)$ .

*Illustration :*



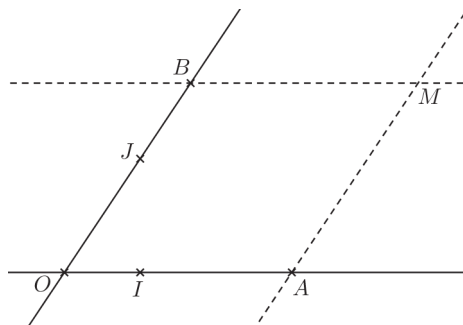
Lorsque nous avons un repère devant soi, tout un vocabulaire nouveau est à connaître :

- $O$  est appelé l'origine du repère.
- La droite  $(OI)$  orientée de  $O$  vers  $I$  est appelée l'axe des abscisses du repère. La longueur  $OI$  est l'unité sur cet axe.
- La droite  $(OJ)$  orientée de  $O$  vers  $J$  est appelée l'axe des ordonnées du repère. La longueur  $OJ$  est l'unité sur cet axe.
- Si  $(OI) \perp (OJ)$ , alors le repère  $(O; I, J)$  est dit orthogonal.
- Si  $OI = OJ$ , alors le repère  $(O; I, J)$  est dit normé.
- Un repère orthogonal et normé est dit orthonormé.

Ce repère va permettre à la fourmi A d'informer la fourmi B de sa position. Son adresse sera désormais constituer de deux nombres que l'on peut obtenir grâce à ce repère. Voici comment :

**Définition 10.** Soit  $(O; I, J)$  un repère du plan. Soit  $M$  un point du plan. La parallèle à l'axe des ordonnées passant par  $M$  coupe l'axe des abscisses en  $A$ . La parallèle à l'axe des abscisses passant par  $M$  coupe l'axe des ordonnées en  $B$ . Les nombres relatifs  $x = \overline{OA}$  et  $y = \overline{OB}$  sont appelés les coordonnées du point  $M$  dans le repère  $(O; I, J)$ . Plus précisément,  $x$  est appelé l'abscisse de  $M$  et  $y$  est appelé l'ordonnée de  $M$ . On note alors  $M(x; y)$ .

Illustration :



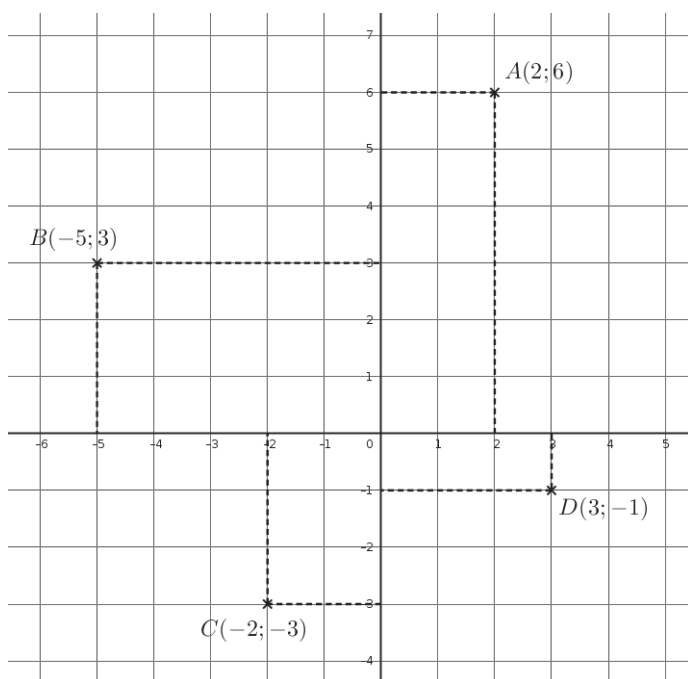
Une fois encore, le repérage est rendu possible pour les raisons suivantes :

1. À tout couple de nombres relatifs  $(x; y)$  correspond un unique point  $M$  du plan.
2. Réciproquement, à tout point  $M$  du plan correspond un unique couple de nombre relatifs  $(x; y)$ .

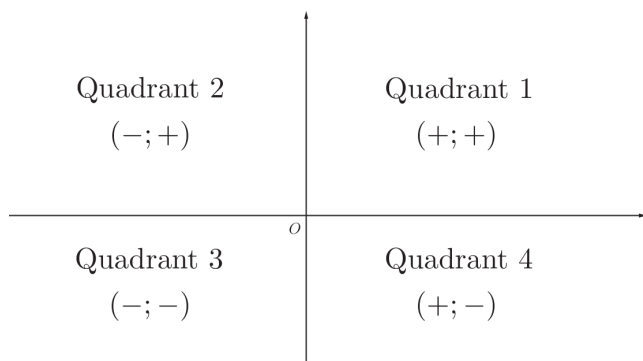
Cette correspondance est une nouvelle fois « biunivoque ». Chaque endroit du plan est ainsi codé par deux nombres. C'est pour cette raison que l'on dit que le plan est un objet géométrique de DIMENSION 2.

Précisons au passage que le mot « ordonnée » vient du latin *ordinare* signifiant « mettre en ordre » et que le mot « coordonnée » vient du latin *coordinato* signifiant « arrangement ».

**Exemple.** Dans le repère du plan ci-dessous, nous pouvons lire les coordonnées des points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  :



Terminons ce chapitre en prenant un peu de hauteur. Un repère du plan créé *de facto* quatre régions du plan appelées QUADRANTS. Ces quadrants possèdent chacun une « signature » qui n'est rien d'autre que le couple constitué des signes des coordonnées des points appartenant à ce quadrant :



- La symétrie axiale par rapport à l'axe des abscisses conserve le signe de l'abscisse mais modifie celui de l'ordonnée.
- La symétrie axiale par rapport à l'axe des ordonnées conserve le signe de l'ordonnée mais modifie celui de l'abscisse.

## 1.5 Exercices

### Exercice 1

1. Parmi les cinq nombres suivants, quel est le plus petit qui est strictement supérieur à  $-5,9$  ?

$-5,8 \quad -5,89 \quad -5,9 \quad -5,91 \quad -6$

2. Un nombre à virgule comporte deux chiffres après la virgule. Il est strictement supérieur à  $-2,333$  et strictement inférieur à  $-2,323$ . Qui est-il ?
3. Quel est le plus petit nombre décimal relatif écrit avec trois chiffres différents ?
4. Quel est le plus grand nombre décimal relatif écrit avec trois chiffres différents ?
5. Quel est le plus petit nombre décimal strictement compris entre 0 et  $-1$ , et écrit avec trois chiffres différents ?

### Exercice 2

Clément vient d'entrer dans un immeuble de vingt étages, avec cinq niveaux de sous-sol. L'ascenseur de cet immeuble est un peu étrange, il ne possède que deux boutons :

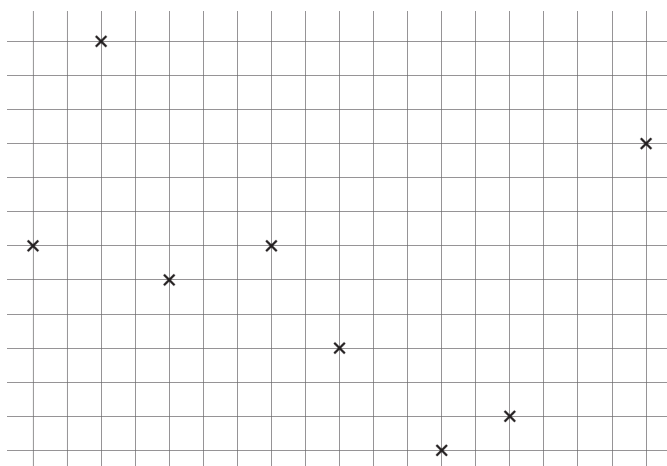
- Le bouton A, qui le fait monter de trois étages ;
  - Le bouton B, qui le fait descendre de cinq étages.
1. Clément, monté au rez-de-chaussée dans l'ascenseur, effectue des pressions successives sur les touches AABBB. À quel étage va-t-il s'arrêter ?
  2. Si Clément désire, depuis le rez-de-chaussée, atteindre le dix-neuvième étage, quelle suite minimale de pressions sur A et B doit-il faire ?

### Exercice 3

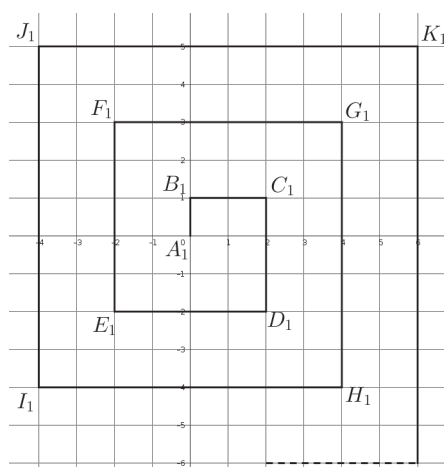
Clément et Emma sont dans le Sahara. Ils partent du même point. Clément fait 1 km vers le Nord, 2 km vers l'Ouest, 4 km vers le Sud et enfin 1 km vers l'Ouest. Emma parcourt quant à elle 1 km vers l'Est, 4 km vers le Sud et 4 km vers l'Ouest. Quelle doit être la dernière partie de son trajet pour rejoindre Clément ?

### Exercice 4

Aucun des points ci-dessous n'est situé sur l'un des axes du repère. Cinq d'entre eux ont une ordonnée positive. Quatre d'entre eux ont une abscisse négative. Sauras-tu retrouver le repère du plan ?



### Exercice 5



Sachant que  $A_2$  suivra  $Z_1$ ,  $A_3$  suivra  $Z_2$  et ainsi de suite, quelles seront les coordonnées du point  $Z_{100}$  ?

### Exercice 6

Trace un repère du plan en prenant 1 cm pour unité sur chaque axe et place les points  $A(-3; 7)$ ,  $B(-3; 2)$ ,  $C(-3; -2)$ ,  $D(1; -2)$  et  $E(6; -2)$ .

1. Calcule l'aire du triangle  $BCD$ .
2. Calcule l'aire du triangle  $ACE$ .
3. Calcule l'aire du quadrilatère  $AEDB$ .

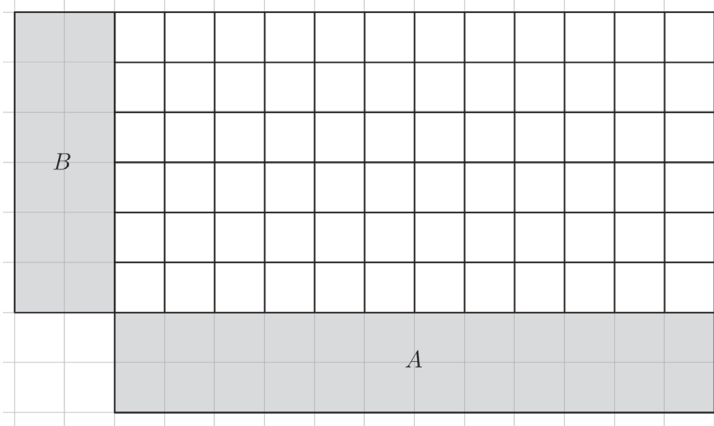
### Exercice 7

Dans un repère du plan, place les points  $A(-2; +3)$  et  $B(2; -1)$ .

1. On souhaite construire un triangle  $ABM$  isocèle en  $M$  et non aplati de telle sorte que les coordonnées de  $M$  soient des nombres entiers. Détermine les coordonnées de huit points  $M$  possibles.
2. On souhaite à présent que le périmètre du triangle  $ABM$  soit le plus petit possible. Combien de points  $M$  répondent à la question? Quelles sont leurs coordonnées?

### Exercice 8

Le plan ci-dessous est celui d'une ancienne propriété comprenant deux bâtiments  $A$  et  $B$  et une cour pavée de dalles carrées.



Il existe, selon la légende, un trésor caché sous quatre de ces dalles en un carré dont le centre est à une distance double de  $B$  que de  $A$ . Recopie le dessin et colorie les dalles sous lesquelles peut se trouver le trésor.

### Exercice 9

1. Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère du plan en prenant 1 cm pour unité sur chaque axe.
2. Place les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  d'ordonnées respectives  $-6$ ;  $-4, 2$ ;  $-2, 1$ ;  $3, 6$ ;  $5, 4$  et  $6$  et dont l'abscisse est égale aux deux tiers de l'ordonnée.
3. Que remarques-tu?

### Exercice 10

Recopier les inégalités suivantes en les complétant de toutes les façons possibles :

$$\begin{array}{lll} -7, ?8 < -7, 42 & 12, 2? > 12, 18 & -3, ? \geq -3, 6 \\ 15, ?4 \geq 15, 9? & -0, 7 < -?, ? & -1, ?2 \geq -1, 52 \end{array}$$

## 1.6 Corrigés

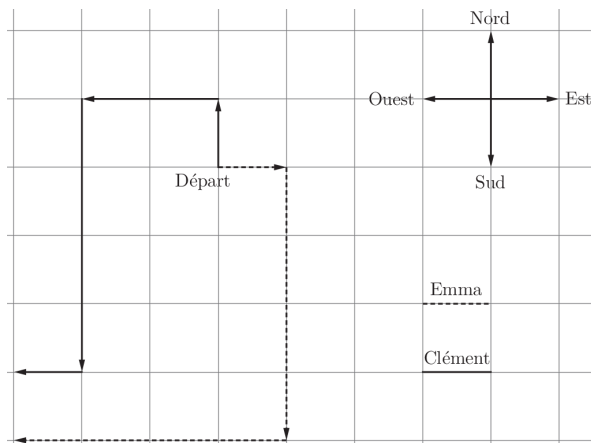
### Exercice 1

1. Le plus petit nombre strictement supérieur à  $-5,9$  est  $-5,89$ .
2. Il s'agit de  $-2,33$ .
3. Le plus petit nombre décimal relatif écrit avec trois chiffres différents est  $-987$ .
4. Le plus grand nombre décimal relatif écrit avec trois chiffres différents est  $987$ .
5. Le plus petit nombre décimal strictement compris entre  $0$  et  $-1$  et écrit avec trois chiffres différents est  $-0,98$ .

### Exercice 2

1. Les deux pressions sur la touche A le font monter à l'étage numéro 6 puis les deux pressions sur le bouton B le font descendre à l'étage numéro  $-4$ .
2. 19 n'est pas un multiple de trois donc la touche A seule ne permettra pas à Clément de se rendre à l'étage numéro 19. Il devra donc appuyer au moins une fois sur le bouton B. Or, une telle action est possible. En effet, il lui suffit d'appuyer une seule fois sur le bouton B puis de presser huit fois sur le bouton A afin d'aboutir à l'étage numéro 19. Une suite minimale est donc BAAAAAAAAA mais il en existe d'autres. Lesquelles ?

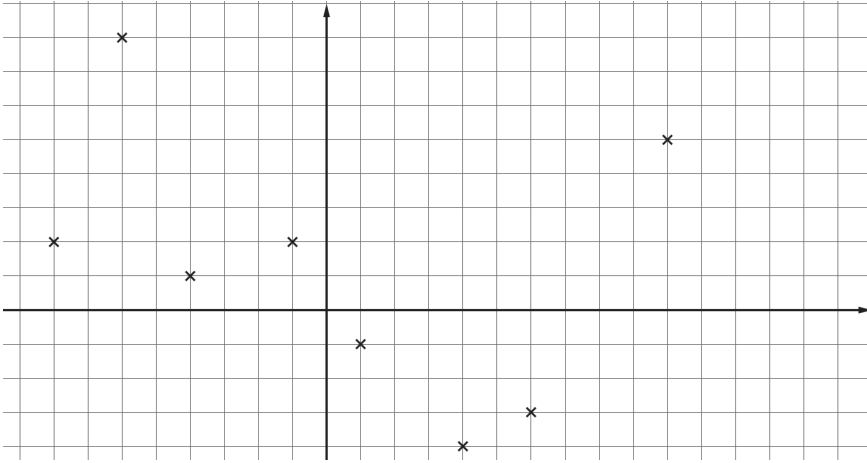
### Exercice 3



Par conséquent Emma n'aura plus qu'à parcourir 1 km vers le Nord pour retrouver Clément.

### Exercice 4

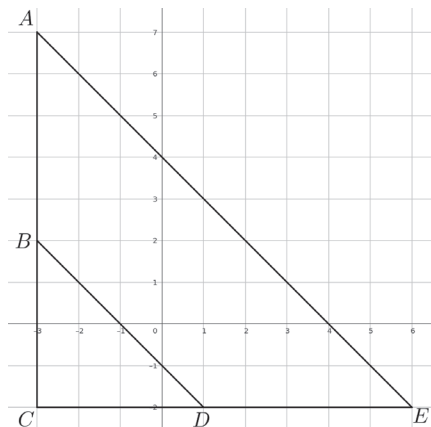
Le repère pourrait être celui tracé ci-dessous :



### Exercice 5

La spirale présente des segments successivement verticaux montants, horizontaux de la gauche vers la droite, verticaux descendants, horizontaux de la droite vers la gauche, etc. Les segments verticaux montants sont ceux dont le numéro d'ordre est multiple de 4 plus 1, les segments horizontaux de la gauche vers la droite sont ceux dont le numéro d'ordre est multiple de 4 plus 2, les segments verticaux descendants sont ceux dont le numéro d'ordre est multiple de 4 plus 3 et les segments horizontaux de la droite vers la gauche sont ceux dont le numéro d'ordre est multiple de 4. Le point  $Z_{100}$  est le 2 600<sup>e</sup> point placé. Le nombre 2 600 étant multiple de 4,  $Z_{100}$  sera le point de départ d'un segment horizontal de la droite vers la gauche.  $2\,600 \div 4 = 650$  donc  $Z_{100}$  sera le 650<sup>e</sup> point de départ d'un tel segment. D'où  $Z_{100}(1\,300 ; -1\,300)$ .

### Exercice 6



1. Le triangle  $BCD$  est rectangle en  $C$ . D'où :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(BCD) &= \frac{CD \times BC}{2} \\ &= \frac{4 \times 4}{2} \\ &= 8 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

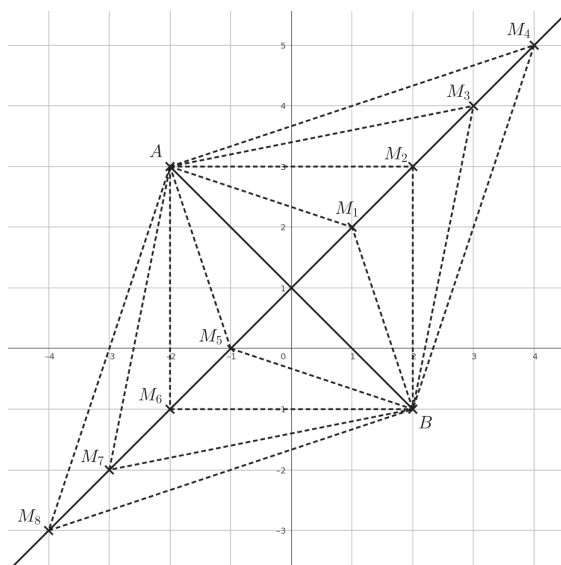
2. Le triangle  $ACE$  est rectangle en  $C$ . D'où :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(ACE) &= \frac{CE \times CA}{2} \\ &= \frac{9 \times 9}{2} \\ &= 40,5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

3. Le quadrilatère  $ABDE$  est un trapèze. On peut le voir comme le triangle  $ACE$  auquel on a ôté le triangle  $BCD$ . D'où :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(ABDE) &= \mathcal{A}(ACE) - \mathcal{A}(BCD) \\ &= 40,5 - 8 \\ &= 32,5 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

## Exercice 7

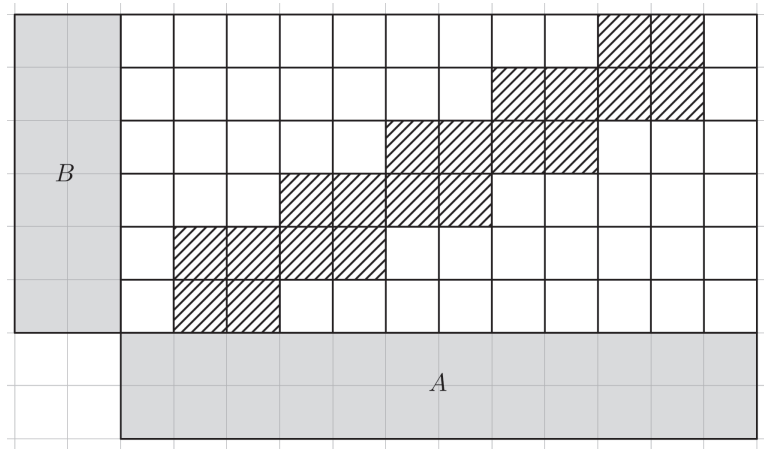


1. Graphiquement, les points  $M_1(1; 2)$ ,  $M_2(2; 3)$ ,  $M_3(3; 4)$ ,  $M_4(4; 5)$ ,  $M_5(-1; 0)$ ,  $M_6(-2; -1)$ ,  $M_7(-3; -2)$  et  $M_8(-4; -3)$  conviennent.

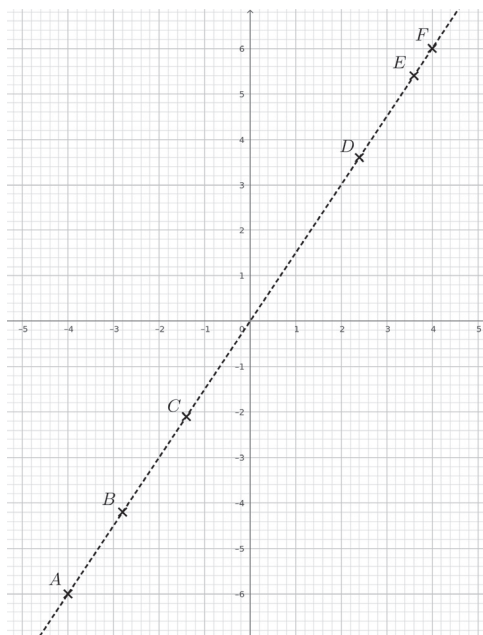
2. Le périmètre du triangle  $ABM$  est le plus petit possible pour les points  $M_1(1; 2)$  et  $M_5(-1; 0)$ .

### Exercice 8

Voici les dalles sous lesquelles peut se trouver le trésor.



### Exercice 9



Il semblerait que les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $F$  soient alignés. Cet alignement est dû à la proportionnalité entre les ordonnées et les abscisses de ces points. Nous y reviendrons dans le cours de Quatrième.

**Exercice 10**

$$-7, a8 < -7, 42 : a \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

$$12, 2a > 12, 18 : a \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}.$$

$$-3, a \geq -3, 6 : a \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}.$$

$$15, a4 \geq 15, 9a : \text{aucune valeur possible pour } a.$$

$$-0, 7 < -a, a : a \in \{0\}.$$

$$-1, ?2 \geq -1, 52 : a \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$