

Laurent Strauss

LES
MATHS

sont **autour**
de **nous**



ellipses

LES
MATHS
sont autour
de nous

Laurent Strauss



Conception graphique couverture : Éric VIGIER
Conception graphique intérieur : Charline PINTO
Mise en pages : Nord Compo

ISBN 9782340-115811

Dépôt légal : juin 2026

©Ellipses Édition Marketing S.A.
8/10 rue la Quintinie 75015 Paris



Le Code de la propriété intellectuelle et artistique n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article L. 122-5, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

www.editions-ellipses.fr

Avant-propos

Cet ouvrage à destination du grand public est un livre de vulgarisation servant à montrer à quoi servent les mathématiques ; il s'adresse à toute personne curieuse, et qui le consulterait comme par exemple on lit la rubrique scientifique d'un magazine. Le point de départ de cette écriture avait été une discussion avec des collègues lors d'un repas à la cantine ; quand je leur ai dit que j'avais un très fort bagage théorique, ceux-ci m'avaient demandé à quoi pouvaient bien servir toutes ces mathématiques !

Le but de ce livre est d'y répondre. Vous pourrez ainsi voir que le mot *google* désigne « 10 puissance 100 », c'est-à-dire un 1 suivi de 100 zéros, et que le moteur de recherche du même nom a été créé par des mathématiciens et informaticiens de très haut niveau. Et que tous les domaines de la vie sont impactés par les mathématiques : la recherche médicale, les prévisions météo, le débit des données de votre téléphone portable, la sécurité de votre carte bancaire, les publicités qui vous ciblent sur internet, le contre-espionnage, la forme des carrosseries de votre voiture, les sondages, l'intelligence artificielle, la finance, la trajectoire des ballons de football, le carnet de santé, l'agriculture, le viaduc de Millau, la durée de vie de vos appareils électroménagers, l'ordinateur de demain, la relativité d'Einstein et l'évolution de l'univers...

Ces recherches sont très poussées, dans l'industrie ou les universités ; d'ailleurs savez-vous que la France est en pointe dans ce domaine ?

Savez-vous aussi que de nombreux auteurs et artistes, tels Jules Verne, ou le peintre de la Renaissance Albrecht Dürer, ou Stendhal, Cervantes ainsi que des écrivains sud-américains, ont utilisé bon nombre de mathématiques dans leurs œuvres ? Et que les concepts qui sont derrière ont révolutionné notre vie de tous les jours ?

En perpétuel développement depuis des millénaires, les mathématiques sont autour de nous.

Nous allons vous le présenter, en adoptant une vision humaniste et une réflexion sur la société liée au développement et à l'utilisation de ces mathématiques.

Nous citerons le moins possible d'équations ou de détails techniques, mais la rigueur et l'exactitude seront toujours présentes. Près de 300 mathématiciens ou contributeurs de toutes les époques sont mentionnés dans cet ouvrage, dont un index se trouve en fin de volume.

Un fil conducteur est ce que l'on appelle les 7 Prix du Millénaires, établis en l'an 2000, afin de définir les thèmes de recherche mathématiques essentiels pour le siècle à venir, ainsi que les 23 Problèmes de Hilbert, une liste similaire mise en place en 1900, toujours particulièrement utilisée, et aux applications très actuelles. Tous ces problèmes sans exception sont cités dans les différents chapitres du livre, et sont détaillés en annexe.

Je remercie ma femme et mes enfants pour leurs relectures, leurs conseils, et aussi leur patience !

AVERTISSEMENT

Ce livre n'est pas à lire d'une traite, ni même dans l'ordre : feuillotez-le, parcourez-le, lisez-le au gré de vos envies et de votre curiosité. Ouvrez-le à la page qui vous intéresse !

Les thèmes abordés sont volontairement variés et nous espérons que parmi ceux-ci vous trouverez ceux qui vous plairont.

Le niveau de difficulté est aussi très variable d'un chapitre à l'autre, donc n'hésitez pas à survoler certaines pages, quitte à y revenir ensuite !

Nous avons classé la difficulté de compréhension des articles en 4 catégories :

- pas d'étoile : en principe accessible à tous
- 1 étoile ★☆☆ : plus difficile
- 2 étoiles ★★☆☆ : pour ceux qui veulent vraiment se creuser la tête
- 3 étoiles ★★★ : hors catégorie, pour matheux uniquement, ou ceux qui veulent le devenir !

Les notes de bas de page contiennent des développements techniques, que l'on peut passer, et qui sont destinés uniquement à ceux qui veulent approfondir.

Nous vous souhaitons autant de plaisir à lire ce livre que nous avons eu personnellement à l'écrire.

Table des matières

Table Thématique	9
------------------------	---

UNE MATHÉMATICIENNE CÉLÈBRE

1. ... nommée Antoine Auguste Le Blanc	11
2. L'accès des femmes à l'éducation	18

PYTHAGORE, CE SAVANT AUX MULTIPLES FACETTES

3. Des Jeux Olympiques aux publicités sur internet, en passant par une communauté mystique	21
4. Pythagore créé nos notes de musique	25
★☆☆	
5. Tout est nombre	28
6. Un héritage scientifique qui a traversé les siècles	30
★☆☆	

SPORTS ET LOISIRS

7. Un tour de magie	33
8. La trajectoire des ballons de football	35

MATHÉMATIQUES, INFORMATIQUE ET CRYPTOGRAPHIE

9. Google	37
10. Nombres premiers et sécurité informatique	40
★☆☆	
11. La machine Enigma. Alan Turing et la naissance des ordinateurs	45
★☆☆	

LES EXPRESSIONS GÉOMÉTRIQUES DANS LA VIE QUOTIDIENNE

12. Le losange : de la rombière au charme féminin, en passant par les mathématiques	52
13. Ellipses, Paraboles, Hyperboles	54

MATHÉMATIQUES, SCIENCES ET TECHNIQUES

- 14. Newton et Leibniz modélisent la vitesse 58
☆☆☆
- 15. Les mathématiciens de la Tour Eiffel... et du Viaduc de Millau 62
- 16. La météorologie 65
☆☆☆
- 17. La modélisation des épidémies 68
☆☆☆
- 18. Les carrosseries des voitures et la simulation numérique 69
☆☆☆

MATHÉMATIQUES, ARTS ET LITTÉRATURE. STENDHAL, BORGES, DÜRER, CERVANTES ET JULES VERNE

- 19. Jules Verne, Autour de la Lune, et les mathématiques de la mission Apollo 72
- 20. La Bibliothèque de Babel et les nombres-univers 78
☆☆☆
- 21. L'Aleph ou l'hypothèse du continu 82
☆☆☆
- 22. Albrecht Dürer. Melancolia et les carrés magiques 85
- 23. Stendhal. La Vie de Henry Brulard, ou moins par moins égale plus 90
☆☆☆
- 24. Don Quichotte et les démonstrations par ordinateur 92
☆☆☆
- 25. Jules Verne, Autour de la Lune. L'effet papillon, la théorie du chaos, et autres notions mathématiques 96
☆☆☆

MATHÉMATIQUES ET ARCHITECTURE. LE NOMBRE D'OR

- 26. La Divine Proportion 101
Annexe. Qu'est-ce que le nombre d'or ? 105
- 27. Le mythe du nombre d'or : se retrouve-t-il dans tous les monuments célèbres ? 106
- 28. Les Bâisseurs ont-ils sciemment utilisé le nombre d'or ? 108
☆☆☆
- 29. La Pyramide de Khéops et ses proportions mathématiques 112
☆☆☆
- 30. Le nombre d'or et la recherche mathématique actuelle. Serait-il une des clés de la stabilité de l'univers ? 114
☆☆☆

PERSONNES CÉLÈBRES ET RÉCOMPENSES

31. Le « Nobel des Maths » : la Médaille Fields et le Prix Abel.
La recherche mathématique 117
32. Le théorème de Fermat, graal des mathématiques..... 124
☆☆☆
33. Un génie des maths venu d'Inde 129
☆☆☆
34. Médaillé Fields et mathématicien engagé..... 133

DES FORMULES MATHÉMATIQUES DANS LE VOCABULAIRE DE TOUS LES JOURS

35. La bosse des maths 136
36. Du barème au théorème du sandwich, en passant par Nikola Tesla
et le préfet Poubelle 138
37. La quadrature du cercle, ou est-ce que Pi est constructible à la règle
et au compas ? 142
☆☆☆

MATHÉMATIQUES ET HISTOIRE

38. De Charlemagne à l'Alhambra : le temps des cathédrales...
et de l'invention du zéro 148
39. La Renaissance du 12e siècle et ses mathématiques..... 153
40. Galilée et la révolution de l'imprimerie. La diffusion des savoirs 158
☆☆☆
41. L'invention de nos notations modernes..... 161
42. Le théorème de Napoléon 163
☆☆☆
43. Les Écoles et Lycées créés par Napoléon 165
44. La Campagne d'Égypte et ses mathématiciens 166
☆☆☆

MATHÉMATIQUES ET ÉCONOMIE

45. Actions et obligations 170
46. Les Crises Financières 174

LES PROBABILITÉS

47. Des tirages du loto aux publicités sur internet,
en passant par l'industrie, les sondages ou la médecine 177
☆☆☆
48. La définition moderne des probabilités..... 182
☆☆☆

L'INFINIMENT GRAND ET L'INFINIMENT PETIT

49. La théorie de la relativité. Une illustration par *La Planète des Singes* 186
☆☆☆
50. L'équation $E = mc^2$ 189
51. La théorie de la relativité restreinte 191
☆☆☆
52. Relativité et particules élémentaires. La recherche actuelle,
le 6^e problème de Hilbert et les prix du millénaire 195
☆☆☆

UN PANORAMA DES MATHS

53. Les lettres grecques en mathématiques 200
54. De l'alpha à l'oméga : les mathématiques sous toutes leurs formes 202
- Conclusion 215
- Annexe. Les 7 Prix du Millénaire (Clay Mathematics Institute, 2000)
et les 23 problèmes de Hilbert (Congrès de Paris, 1900) 219
- Références 227
- Index des mathématiciens cités dans cet ouvrage 229

Table Thématique

Thème 1 Sciences et technologie

Notions	Chapitres
Informatique	Chapitres : 3 ; 9 ; 10 ; 11 ; 20 ; 21 ; 24 ; 54
Cryptographie, sécurité informatique	Chapitres : 7 ; 10 ; 11 ; 32 ; 54
Intelligence artificielle	Chapitres : 11 ; 24 ; 48 ; 54
Sciences et techniques	Chapitres : 1 ; 3 ; 8 ; 13 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17 ; 18 ; 19 ; 22 ; 25 ; 30 ; 31 ; 34 ; 36 ; 37 ; 47 ; 48 ; 50 ; 52 ; 54
Médecine, biologie	Chapitres : 13 ; 14 ; 17 ; 22 ; 28 ; 34 ; 35 ; 47 ; 52
Imagerie	Chapitres : 16 ; 18 ; 22 ; 32 ; 54
Probabilités	Chapitres : 9 ; 14 ; 16 ; 20 ; 31 ; 45 ; 47 ; 48 ; 54
Astronomie	Chapitres : 5 ; 9 ; 13 ; 14 ; 19 ; 25 ; 29 ; 30 ; 40 ; 49 ; 51 ; 52 ; 54
Théorie de la relativité	Chapitres : 9 ; 14 ; 31 ; 49 ; 50 ; 51 ; 52 ; 54

Thème 2 Vie quotidienne

Notions	Chapitres
Vie quotidienne	Chapitres : 9 ; 10 ; 13 ; 15 ; 16 ; 18 ; 32 ; 36 ; 54
Sports, jeux et loisirs	Chapitres : 3 ; 6 ; 7 ; 8 ; 13 ; 22 ; 23 ; 32 ; 33 ; 34 ; 47 ; 48 ; 54
Développement durable	Chapitres : 16 ; 44 ; 52
Météorologie	Chapitres : 14 ; 16 ; 25
Téléphones portables	Chapitres : 4 ; 7 ; 10 ; 34 ; 37 ; 54
Sondages	Chapitres : 3 ; 36 ; 47 ; 54

Thème 3 Littérature, arts, architecture

Notions	Chapitres
Architecture	Chapitres : 3 ; 13 ; 15 ; 22 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 37 ; 39 ; 54
Arts plastiques	Chapitres : 6 ; 22 ; 26 ; 27 ; 28
Littérature	Chapitres : 19 ; 20 ; 21 ; 23 ; 24 ; 25 ; 32 ; 35 ; 39 ; 49
Musique	Chapitres : 4 ; 12 ; 28 ; 38
Linguistique	Chapitres : 12 ; 13 ; 35 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 54

Thème 4 Économie

Notions	Chapitres
Économie, finance	Chapitres : 10 ; 45 ; 46 ; 48 ; 54

Thème 5 Histoire

Notions	Chapitres
Histoire	Chapitres : 1 ; 2 ; 3 ; 11 ; 13 ; 15 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 29 ; 34 ; 38 ; 39 ; 40 ; 42 ; 43 ; 44 ; 46
Histoire des sciences	Chapitres : 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14 ; 19 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 35 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42 ; 44 ; 48 ; 51 ; 52 ; 54

Thème 6 Questions de société

Notions	Chapitres
Vision du monde, questions sociétales	Chapitres : 3 ; 19 ; 38 ; 39 ; 40 ; 42 ; 44
Philosophie	Chapitres : 6 ; 14
Philosophie des sciences	Chapitres : 5 ; 20 ; 21 ; 24 ; 25 ; 35 ; 51
Personnes célèbres et récompenses	Chapitres : 1 ; 2 ; 31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 52 ; 54
Personnages politiques	Chapitres : 1 ; 2 ; 3 ; 11 ; 20 ; 22 ; 34 ; 42 ; 44
Féminisme, femmes et sciences	Chapitres : 1 ; 2 ; 14 ; 19 ; 44 ; 52
Éducation	Chapitres : 1 ; 2 ; 23 ; 31 ; 43 ; 48

UNE MATHÉMATICIENNE CÉLÈBRE

... nommée Antoine
Auguste Le Blanc

1

Notions abordées : personnes célèbres et récompenses, sciences et techniques, éducation, histoire, histoire des sciences, personnages politiques, féminisme

Vous avez bien lu le titre de ce chapitre, pour débiter, et vous présenter de nombreuses applications des mathématiques, nous allons vous décrire la vie d'une femme de science remarquable dont il aura été décidé au ^{xxi}e siècle d'inscrire le nom sur la Tour Eiffel. Il s'agit de Sophie Germain (1776-1831), qui effectua des découvertes mathématiques de tout premier plan, mais qui surtout, à une époque où la science était réservée aux hommes, dut combattre afin de pouvoir étudier et publier, et dut notamment correspondre sous un nom d'emprunt masculin, celui d'Antoine Auguste Le Blanc. Au-delà de son talent scientifique, et de par son combat qui eut lieu il y a deux siècles mais qui paraît si actuel, Sophie Germain est de nos jours considérée comme une grande figure de l'émancipation féminine.

Sophie Germain est née à Paris en 1776, dans un milieu très cultivé, son père Ambroise-François Germain étant un marchand de soieries, élu député du tiers état entre 1789 et 1791. Au domicile familial se trouvaient de nombreux ouvrages scientifiques et mathématiques, dont l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert, une somme composée par les plus grands esprits du 18^e siècle, équivalent de ce qu'est aujourd'hui wikipédia : le but était de compiler tous les savoirs de l'époque et d'imposer un esprit nouveau. Dans la bibliothèque de la famille, se trouvaient aussi des livres écrits par des mathématiciens et

académiciens, qui vous sont probablement inconnus, mais qui ont donné leur nom à plusieurs rues en France : Etienne Bézout (1730-1783), Leonhard Euler (1707-1783), Jacques Cousin (1739-1800)¹. Sophie Germain lira également les œuvres d'Isaac Newton, qui était autant mathématicien que physicien, nous y consacrons d'ailleurs un chapitre.

La science étant considérée comme une affaire d'hommes, sa famille voudra dans un premier temps la dissuader de ses activités mathématiques. À l'époque, on avait besoin de bougies pour s'éclairer, et de bois pour se chauffer ; lorsque Sophie Germain voulait s'adonner aux mathématiques, ses parents, pour l'en empêcher, confisquaient tout ce nécessaire de chauffage et d'éclairage. Mais, en cachette, lorsque tout le monde était endormi, elle se levait et étudiait les mathématiques, parfois emmitouflée de couvertures dans un froid glacial. Face à une telle volonté, et sans doute aussi, devinant un talent exceptionnel, sa famille accepta qu'elle se consacre à cette activité.

À l'âge de 18 ans, Sophie Germain parvient à avoir entre les mains les cours de l'École Polytechnique. Cette école d'ingénieurs, la plus réputée en France, et de renommée mondiale, était alors réservée aux garçons, et ne sera ouverte aux filles que deux siècles plus tard, en 1972 ; cette année-là, c'est d'ailleurs une femme, Anne Chopinet, qui sera reçue à la première place du classement ! Pour Sophie Germain, nous étions en 1794, et, en plus d'avoir les cours de l'École Polytechnique, de la même façon qu'aujourd'hui les étudiants envoient des mails à leurs enseignants, elle correspondait avec un de ses professeurs, le mathématicien Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), dont nous parlons à plusieurs reprises dans ce livre², notamment dans le chapitre où Jules Verne envoie des hommes sur la Lune et utilise les travaux de ce mathématicien. Pour cela, Sophie Germain prit le nom d'emprunt d'Antoine Auguste Le Blanc. Ce nom était celui d'un des élèves de l'École Polytechnique ; on se sait si c'est lui-même qui a transmis les documents, ou si c'est Sophie Germain qui a écrit en utilisant son nom, mais c'est ainsi qu'elle se fit remarquer par Lagrange. Il demanda à rencontrer en chair et en os cet Antoine Auguste Le Blanc qui lui écrivait ces brillantes lettres, et découvrit ainsi à qui il avait affaire. On peut remarquer chez Lagrange un esprit avancé : il aurait pu

1. Etienne Bézout est connu de nos jours par le théorème de Bacht-Bézout, portant sur la théorie des nombres. Claude-Gaspard Bachet est un mathématicien du 16^e siècle. Leonhard Euler est un des plus grands mathématiciens de tous les temps, nous parlons de lui dans plusieurs autres chapitres. Jacques Cousin enseignait au Collège de France et fut également l'équivalent de sénateur durant la Révolution Française.
2. Il a laissé ainsi son nom aux *multiplicateurs de Lagrange*, très utilisés en sciences de l'ingénieur afin par exemple de minimiser ou de maximiser les rendements de machines. Et on connaît aussi les *points de Lagrange*, là où les attractions d'une planète et de son satellite s'annulent, comme par exemple pour la Terre et la Lune, et où placent actuellement les satellites et autres télescopes spatiaux, tel le *James Webb*.

la rejeter, et au contraire il se prit d'amitié pour cette femme si talentueuse et la mit en contact avec des mathématiciens et scientifiques de premier plan, notamment ceux de l'Académie des Sciences, ce qui permit à Sophie Germain d'effectuer ses recherches.

Parmi ces scientifiques rencontrés par Sophie Germain, on mentionnera une anecdote impliquant le réputé astronome Joseph Lalande (1732-1807). À l'époque les femmes n'allaient pas à l'université et on écrivait pour elles des « ouvrages de dames », qui étaient des livres de vulgarisation et non des traités scientifiques. Lalande avait ainsi écrit une *Astronomie des dames* ; croyant bien faire, il offrit ce livre à Sophie Germain, qui à juste titre en fut très irritée, considérant que Lalande, ce membre de l'Académie des Sciences, la voyait uniquement comme une femme curieuse de sciences, et non comme une de ses pairs.

À Paris, Sophie Germain rencontra ainsi de grands scientifiques, et eut aussi une importante correspondance, toujours sous le nom d'Antoine Auguste Le Blanc, avec l'allemand Carl Friedrich Gauss (1777-1855), considéré comme le plus grand mathématicien et physicien de son temps, et auteur de très nombreuses découvertes scientifiques, à tel point qu'on le surnomme aujourd'hui « prince des mathématiciens ». Nous parlons de lui dans le chapitre sur les lois de probabilité, puisqu'il découvrit entre autres ce que l'on appelle la *loi normale*, qui permet de faire des études statistiques de toutes sortes ; ses autres contributions sont très nombreuses en mathématiques, en électromagnétisme, en calculs pour l'astronomie.

C'était l'époque napoléonienne, et en 1806 les armées de l'Empereur envahissent ce que l'on appelle aujourd'hui l'Allemagne. Sophie Germain craignait pour la vie de son ami Gauss, et intervint personnellement auprès d'un général napoléonien, Joseph de Pernety, afin qu'il soit placé sous protection. En lisant des ouvrages d'histoire des mathématiques dans sa jeunesse, Sophie Germain avait été très marquée par les circonstances de la mort d'Archimède, ce savant grec tué par des soldats romains lors du siège de Syracuse, où il résidait. Tout comme Gauss, c'était un génie des mathématiques, de la physique, de l'astronomie, et il est probable que Sophie Germain fit un parallèle et demanda à mettre notre savant allemand sous protection lors de la guerre. La conséquence fut que Gauss apprit ainsi que ce brillant Antoine Auguste Le Blanc avec lequel il correspondait était une femme. Il n'en fut pas déçu mais au contraire émerveillé.

Sophie Germain effectuait de remarquables recherches mathématiques. En particulier elle s'attaqua au *Grand Théorème de Fermat*, considéré comme le graal des mathématiques. Nous y consacrons un chapitre, il s'agit d'un résultat mathématique formulé en 1637 par le magistrat toulousain Pierre de Fermat (né vers 1600 et décédé en 1665), avec un énoncé relativement

simple et partant du théorème de Pythagore, et qui ne sera résolu qu'en 1995 après 350 ans de recherches mathématiques passionnées. De nos jours, ce théorème a permis de développer des théories beaucoup plus globales, qui ont par exemple comme applications de la cryptographie, afin d'éviter le piratage pour la transmission de données sur internet¹.

Sophie Germain fit une avancée exceptionnelle vers 1820 dans l'étude de ce *Grand Théorème de Fermat*, alors qu'aucun progrès notable n'avait été accompli depuis des décennies. En illustration, nous reproduisons un timbre émis en hommage à notre mathématicienne, et qui énonce sa découverte. Elle a ainsi laissé son nom à ce que l'on appelle les *nombre de Sophie Germain*. Un nombre est dit *premier* lorsqu'on ne peut pas le décomposer : par exemple 10 n'est pas premier, car $10 = 5 \times 2$; par contre 5 est *premier*². Et on appelle *nombre premiers de Sophie Germain*, ceux qui, en multipliant par 2 et en ajoutant 1, sont toujours premiers. Cet ensemble de nombres est noté G par les mathématiciens, G faisant référence à Germain.

Par exemple avec $5 : 2 \times 5 = 10$ et $10 + 1 = 11$. 11 est premier, donc 5 est un nombre de Sophie Germain. Par contre, avec $13 : 13 \times 2 = 26$; $26 + 1 = 27$; et comme 27 se décompose en 9×3 , 27 n'est pas premier, donc 13 n'est pas un nombre de Sophie Germain. Les nombres premiers de Sophie Germain inférieurs à 200 sont : 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191. On a fait beaucoup d'études sur ces nombres, il est difficile de vraiment voir avec quelle fréquence ils apparaissent, et à ce jour on ne sait toujours pas s'ils sont en quantité infinie. Et cela permet une avancée très importante dans la résolution du Grand Théorème de Fermat, 180 ans après que ce défi mathématique avait été posé. Il faudra encore attendre autant de temps avant qu'il ne soit complètement dénoué !

Timbre de Sophie Germain

Nous reproduisons un timbre à l'effigie de Sophie Germain, réalisé en 2016 à l'occasion des 200 ans de son prix à l'Académie des Sciences. Aucun portrait d'elle n'est parvenu jusqu'à nous, hormis un moulage de son profil à son décès, et ce dessin est vraisemblablement inspiré des mathématiciennes Sofia Kovalevskaja (1850-1891) et Emmy Noether (1882-1935). Nous reparlerons d'elles dans ce livre.

Le timbre représente les principaux travaux mathématiques de Sophie Germain :

- l'énoncé manuscrit est son avancée dans la résolution du Grand Théorème de Fermat.
- les 4 dessins montrent des exemples de figures géométriques obtenues en posant du sable sur des plaques vibrantes. Leur modélisation fut réalisée par Sophie Germain, et son mémoire primé par l'Académie des Sciences.

1. On parle de *cryptographie sur les courbes elliptiques*

2. On ne peut qu'écrire $5 = 5 \times 1$. Un nombre premier n'est divisible que par 1 et lui-même.



Photo de l'auteur

L'autre contribution mathématique importante de Sophie Germain sera le problème des plaques vibrantes. Lorsque l'on pose du sable sur une plaque de métal, et qu'on la fait vibrer, de très esthétiques figures géométriques apparaissent. En fonction de la forme de la plaque de métal, mais aussi de la fréquence de la vibration, les figures sont très différentes. Ces formes géométriques portent le nom de *figures de Chladni*, du nom du physicien allemand Ernst Chladni (1756-1827), qui est considéré comme le père de l'acoustique moderne, où les ingénieurs étudient le son comme une onde qui se propage à différentes fréquences, dans différents milieux, avec les salles de concert comme exemple d'application. En 1808, Ernst Chladni présenta ces expériences devant l'Académie des Sciences de Paris ; il faisait vibrer des plaques au moyen d'un archet de violon, en présence de Napoléon ; en fonction de la note jouée, les figures apparaissant étaient très différentes. Cela eut un tel succès que l'Académie décida d'organiser un concours récompensant celui (ou celle !) qui découvrirait les équations mathématiques permettant de modéliser ce phénomène.

L'explication mathématique de ces figures est que, selon la forme de la plaque, et la fréquence de la note, en certains endroits, la vibration sera nulle, et donc le sable s'y agglomérera. La branche des mathématiques décrivant ce genre de phénomènes porte le nom d'*équations différentielles*, modélisant tout ce qui est variation de vitesse, de distances, et calculant des maximums et minimums ; là aussi nous y consacrons un chapitre. Ce sont ce que l'on appelle des *mathématiques appliquées*, car répondant à la résolution d'un problème physique ; à l'opposé se trouvent les *mathématiques pures*, comme le théorème de Fermat, où l'on fait des études sans se préoccuper d'applications ; là aussi nous aurons l'occasion d'en reparler. Et notre mathématicienne fit des travaux dans les deux domaines.

Sophie Germain s'attaque à ce très difficile problème des plaques vibrantes, et, dans un premier temps, en 1811, sera la seule à présenter un mémoire à l'Académie des Sciences. Ce premier travail sera rejeté, car considéré comme modélisant insuffisamment le phénomène, mais il comportait des idées particulièrement novatrices, qui permirent à Lagrange de développer ce que l'on appelle de nos jours *l'équation différentielle de Lagrange*, très utilisée en sciences de l'ingénieur.

Sophie Germain ne se découragea pas, et en 1813, présenta un deuxième mémoire, beaucoup plus complet. Cependant Lagrange était décédé entre-temps et notre mathématicienne se heurtera à l'opposition de plusieurs membres de l'Académie des Sciences, en particulier du mathématicien et physicien Siméon Denis Poisson (1781-1840). Celui-ci est très connu de nos jours pour ses contributions en mécanique et en astronomie, et aussi pour sa *loi de Poisson*, qui en probabilités modélise les phénomènes qui se raréfient avec le temps, et est très utilisée de nos jours, par exemple pour les contrôles de qualité dans l'industrie. Cependant on estime de nos jours que Siméon Denis Poisson s'est très mal comporté envers Sophie Germain car, tout en dénigrant ses résultats, il se les est ensuite appropriés pour les présenter à l'Académie...

Cependant l'Institut de France reconnaît partiellement les résultats de Sophie Germain, lui décerne une mention et prévoit une troisième session pour ce concours. Elle relèvera brillamment le défi, et, cette fois, l'Académie décidera en 1816 de lui attribuer un prix. Un détail pittoresque est que l'Institut décernait une médaille en or représentant Archimède ; et de nos jours, la *Médaille Fields*, créée en 1936 et considérée comme le « Nobel des maths », consiste en une décoration en or ayant le portrait d'Archimède gravé sur son revers. Cependant, pour en revenir à Sophie Germain, on oublia de la convier à la remise de son prix ! Elle ne reçut l'invitation qu'au dernier moment, et refusa de s'y rendre. C'est un peu dommage mais cela montre aussi le manque de considération qu'on avait envers elle.

Sophie Germain poursuivra ensuite ses travaux mathématiques, mais toujours en se heurtant à la défiance de ses collègues. On notera cependant l'intervention du grand mathématicien Joseph Fourier (1768-1830), que nous évoquons dans le chapitre sur les mathématiques napoléoniennes, et auteur de *l'analyse de Fourier*, d'une importance fondamentale de nos jours par exemple pour le débit des données, sur internet, ou la téléphonie mobile, ou encore pour l'étude de la propagation de la chaleur ou des ondes sismiques. Fourier militera à partir de 1823 pour que Sophie Germain soit autorisée à suivre les séances de l'Académie des Sciences. Ce sera la première femme à pouvoir le faire.

Sophie Germain ne se mariera pas, et de toute sa vie n'épousera que les mathématiques. La raison est peut-être aussi qu'en raison des lois de cette époque, issues du *Code Napoléon*, une femme mariée avait un statut de mineure, qui lui interdisait de faire quasiment quoi que ce soit sans l'autorisation de son mari. Elle ne pouvait ainsi travailler sans l'accord écrit de son époux, ni suivre un enseignement universitaire, gérer ses biens, ou fréquenter qui elle souhaitait. Cela ne se lèvera que progressivement, et il faudra attendre 1965 pour qu'une femme mariée puisse travailler sans l'autorisation de son conjoint, ou même ouvrir un compte en banque sans son accord ! Et si Sophie Germain avait eu un époux, elle n'aurait pu mener ses recherches mathématiques comme bon lui semblait, devant lui demander son autorisation pour la moindre démarche.

Sophie Germain décédera en 1831 d'un cancer du sein. Là encore son destin sera marqué par les souffrances infligées aux femmes ; cette maladie aura été une des premières causes de décès féminins, et ce n'est qu'au début des années 2000 que des traitements efficaces verront enfin le jour. Sophie Germain repose au cimetière du Père-Lachaise, où se trouvent aussi un certain nombre de mathématiciens¹. Un moulage de son crâne sera réalisé, conservé de nos jours au Musée de l'Homme à Paris, et c'est la seule image que l'on ait d'elle. Les différents portraits que l'on peut trouver, comme par exemple un timbre réalisé en 2016 pour les 200 ans de son prix à l'Académie des Sciences, sont vraisemblablement inspirés des mathématiciennes Sofia Kovalevskaja (1850-1891) et Emmy Noether (1882-1935). La russe Sofia Kovalevskaja, après de brillantes études, sera la première femme en Europe à enseigner dans une université, celle de Stockholm, en ayant été recommandée par le suédois Mittag-Leffler, un précurseur de ce « Nobel des Maths » dont nous avons parlé précédemment². Et l'allemande Emmy Noether apportera entre autres une contribution mathématique décisive à l'étude des *particules élémentaires*, ces composants de l'atome plus petits que le proton et le neutron³. Albert Einstein qualifiera ce résultat d'Emmy Noether de « monument de la pensée mathématique ».

Les reconnaissances scientifiques envers Sophie Germain seront assez faibles, les femmes étant malheureusement trop souvent mises à l'écart. Ce n'est qu'aujourd'hui qu'elle est vraiment reconnue, et encore peut-être insuffisamment vu la qualité de ses travaux. Cependant un certain nombre de rues et établissements scolaires portent son nom. Notamment quand se sont créés les lycées de filles à la fin du 19^e siècle, on a cherché des figures féminines remarquables, et c'est ainsi que le nom de notre mathématicienne fut à plusieurs reprises sélectionné.

1. Voir le chapitre sur les mathématiques napoléoniennes

2. Voir le chapitre sur la Médaille Fields

3. Voir le chapitre sur le 6^e problème de Hilbert

L'accès des femmes à l'éducation

Notions abordées : personnes célèbres et récompenses, éducation, histoire, personnages politiques, féminisme

Nous profitons de ce chapitre pour décrire à quel point l'accès des filles à l'éducation et aux sciences fut une chose difficile, notamment depuis l'époque de Sophie Germain. Nous parlerons du cas de la France, mais cela pourrait se généraliser à de nombreux pays. En effet les lycées actuels y furent créés en 1802 par Napoléon, mais étaient alors réservés aux garçons. Les filles bénéficiaient bien plus rarement d'une instruction, et lorsque c'était le cas, elles n'allaient pas plus loin que l'école primaire. La première femme en France à obtenir le baccalauréat sera la lyonnaise Julie-Victoire Daubié, en 1861, et il faudra attendre 1868, avec Emma Chenu, pour avoir enfin une diplômée de l'enseignement supérieur.

La première école, avec égalité de traitement entre garçons et filles, et qui était également gratuite, obligatoire et laïque, fut mise en place durant la *Commune de Paris*, une insurrection communiste qui eut lieu en 1871. Cependant cette révolution fut écrasée de façon particulièrement sanglante, et ne dura que quelques semaines. Mais en 1881 Jules Ferry rendra l'école gratuite et obligatoire pour tous, et les lycées de filles seront créés en 1880 ; à l'époque ces établissements couvraient l'enseignement de la 6^e à la Terminale. C'est ainsi que fut fondé en 1882 le lycée Sophie Germain à Paris, qui prit son nom actuel en 1888, et d'autres établissements furent nommés ultérieurement ainsi, comme le collège Sophie Germain, dans les Bouches-du-Rhône. Et les femmes purent ainsi commencer à accéder à l'Université et aux études supérieures.

Cependant il y avait toujours une « science pour les garçons », et une « science pour les filles », l'enseignement dans les lycées féminins étant d'un niveau très inférieur. Les mentalités évolueront suite à la guerre de 1914-18 car les hommes étaient au front, les femmes furent ainsi bien plus impliquées dans la vie de la cité, et on se rendit compte que c'était plutôt une bonne chose ! Il faudra attendre 1924 pour que les programmes soient identiques, et notamment pour qu'il n'y ait plus de « baccalauréat de filles » et de « baccalauréat de garçons », mais un diplôme identique qui donnait le droit aux filles d'accéder à l'Université, au même titre que leurs homologues masculins. En

pratique, elles y allaient alors bien moins que les garçons, mais leurs droits étaient inscrits dans la loi. Que de progrès, 150 ans après la naissance de Sophie Germain !

La place des femmes ne cessera d'évoluer. La mixité dans les écoles apparaîtra dans les années 60, pour se généraliser dans les lycées vers 1975. C'est la fin des « écoles de filles », et des « lycées des filles », l'enseignement devenant le même pour toutes et tous. Et, là aussi nous en avons déjà parlé, progressivement tous les établissements d'enseignement supérieur deviendront mixtes, comme Polytechnique, HEC ou Saint-Cyr.

De nos jours, beaucoup reste à faire, dans les mentalités et la lutte contre les discriminations, mais on ne peut nier que de réelles avancées aient eu lieu, et un indicateur de développement d'un pays est l'accès des filles à l'éducation. La phrase « vous n'avez pas le droit de faire cela car vous êtes une femme » se doit d'appartenir à un autre temps. Et la seule certitude que nous avons, c'est qu'il est possible de faire progresser l'humanité ; Sophie Germain l'aura prouvé à sa manière, grâce aux mathématiques.

PYTHAGORE, CE SAVANT AUX MULTIPLES FACETTES

Des Jeux Olympiques aux publicités sur internet, en passant par une communauté mystique

3

Notions abordées : histoire, histoire des sciences, architecture, sciences et techniques, sports, vision du monde, informatique, personnages politiques, sondages

Pythagore... vous en connaissez probablement le nom, et nous allons vous le présenter sous un jour qui pourra peut-être vous surprendre.

Ce personnage avait de multiples talents, allant très au-delà de son fameux théorème. C'est déjà lui qui mit au point une gamme musicale, dont nos notes de musique actuelles sont issues, et nous y consacrons le prochain chapitre. Il fut aussi ce que l'on appelle aujourd'hui médaille d'or aux Jeux Olympiques. Il était surtout à la tête d'une communauté mystique qui régnait scientifiquement et politiquement sur la cité, et où il créa un enseignement des sciences réparti en 4 branches, découpage qui fut en vigueur durant plus de 2000 ans dans toutes les universités du monde occidental. Pythagore voyait le nombre, et les proportions, comme la clé de tout savoir. Nous parlerons aussi de son fameux théorème, et de ses généralisations, avec des applications inattendues puisqu'elles servent aussi bien à calculer le rendement thermique d'un moteur de voiture, que pour choisir les publicités qui vous ciblent sur internet !

Revenons au début. Selon la tradition, Pythagore était né dans l'île grecque de Samos, à côté de la Turquie actuelle, vers 580 avant JC. Il voyagea beaucoup dans le monde méditerranéen (Grèce, Liban, Égypte, voire actuel Irak) où il suivra l'enseignement de nombreuses sociétés secrètes, pour finalement se fixer à Crotone, dans la pointe de la botte italienne. Il décédera autour de l'an 500 av. JC à Métaponte, au Sud de l'Italie, non loin de Bari. De nos jours, toutes ces villes où a vécu Pythagore ont d'importants vestiges archéologiques : Samos, Olympie, Tyr, Byblos, Lesbos, Thèbes, Métaponte, Crotone...

Pythagore participera aux Jeux Olympiques, en pugilat, un sport de lutte ancêtre de la boxe anglaise, et y recevra la récompense suprême, sous forme d'une couronne d'olivier. Les Jeux avaient déjà lieu tous les 4 ans, la ville ne changeait pas, c'était toujours Olympie, et seul le vainqueur était primé ; il n'y avait pas l'équivalent de médaille d'argent ou de bronze. Là aussi, dopage, triche et corruption sont déjà mentionnés par les chroniqueurs, mais notre mathématicien ne sera jamais cité pour ce genre de faits. La date de sa victoire diffère selon les auteurs, certains parlent de -552, et Eratosthène la place en -588.

À Crotone, notre savant fonde L'École Pythagoricienne, un mouvement religieux, philosophique et scientifique, qui a effectué de nombreuses découvertes. L'enseignement scientifique était divisé en 4 branches : arithmétique¹, géométrie, astronomie, et musique (étudiée comme une science, avec la façon de construire la gamme). Comme nous l'avons dit, ce découpage servit de modèle durant toute l'Antiquité et le Moyen Âge. Il prit plus tard le nom de *quadrivium*, et fut appliqué dans les universités médiévales, comme par exemple la Sorbonne créée au 13^e siècle.

L'École Pythagoricienne était aussi une société savante, qui comportait 4 degrés d'initiation : postulants, néophytes, acousmaticiens (ou auditeurs), et le 4^e degré, le plus important, était celui des... mathématiciens. Ceux-ci sont eux-mêmes scindés en plusieurs corps, s'occupant de religion, de questions sociétales, et de sciences, et lors des cérémonies, eux seuls pouvaient voir Pythagore, qui se tenait derrière un rideau. L'École Pythagoricienne formait ainsi toute une communauté qui influençait la vie politique, philosophique et scientifique de la cité.

En astronomie, Pythagore était déjà un observateur remarquable puisque c'est lui qui fit découvrir aux pays occidentaux que l'Étoile du Berger, que l'on voit apparaître en premier le soir, et disparaître en dernier le matin, correspond à la planète Vénus. L'arithmétique, cette science des nombres entiers (0,1,2,3, etc.) et des fractions, était fondamentale pour l'école pythagoricienne. La science des proportions a permis ainsi de créer une gamme musicale, et de façon plus concrète, les écoliers connaissent de nos jours la *table de Pythagore*, qui permet de réaliser facilement des multiplications :

1. L'arithmétique est l'étude des nombres et de leurs propriétés

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Nous allons tout de même vous parler de ce fameux théorème de Pythagore ; on peut l'utiliser en architecture, par exemple avec la Pyramide de Khéops. Cette dernière a une hauteur et une demi-base de longueurs 146,5 m et 115 m ; le théorème de Pythagore, nous donne la longueur de l'arête de la Pyramide, qui est d'environ 186 m¹.

La Pyramide de Khéops

La Pyramide de Khéops, illustrant le théorème de Pythagore



Lien suivant, modifié par l'auteur
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pyramide_de_Kh%C3%A9ops#/media/Fichier:Great_Pyramid_of_Giza.jpg

1. Pour les férus de maths, le théorème de Pythagore nous indique que puisque les deux côtés forment un angle droit, l'arête mesure : $\sqrt{146,5^2 + 115^2}$, soit environ 186 m

Ce résultat, servant à calculer des longueurs dans un triangle rectangle¹, a ainsi été très abondamment utilisé depuis des millénaires par les architectes ou les arpenteurs, par exemple pour construire des monuments, ou délimiter des terrains.

On enseigne également dans le secondaire des propriétés portant le nom de Thalès. Ce dernier était un mathématicien grec de la même époque, et la légende lui attribue d'avoir estimé la hauteur d'une pyramide en mesurant l'ombre d'un bâton planté dans le sol ; la généralisation de cette technique fait référence à Thalès.

Quant à Pythagore... il n'est pas l'inventeur du théorème qui porte son nom. Ce résultat était déjà connu des siècles auparavant, notamment en Mésopotamie, dans l'actuel Iran. Pythagore a par contre utilisé ce théorème, et dirigeait une communauté qui maîtrisait et développait les plus grandes avancées scientifiques et mathématiques de son époque ; c'est pour cela que de nos jours ce résultat est nommé en l'honneur de notre savant.

On connaît de nos jours des centaines de démonstrations différentes du théorème de Pythagore. En effet, en mathématiques, il existe souvent de nombreuses façons différentes de prouver un résultat, et une démonstration inédite de ce fameux théorème de Pythagore est même due à un Président des États-Unis féru de mathématiques, James Garfield, en 1876 !

Ce que l'on sait moins, c'est que le théorème de Pythagore a donné lieu à de nombreuses généralisations, qui ont de très fortes applications pratiques. Ainsi on enseigne au lycée une notion appelée *produit scalaire*, dont on trouve de multiples applications en sciences de l'ingénieur, notamment pour quantifier l'énergie issue d'un courant électrique, ou du déplacement d'une pièce mécanique. Les moteurs, ou tout système électromécanique, utilisent ainsi ces outils mathématiques. À l'origine, le *produit scalaire* permet des calculs d'angles, et on s'est aperçu que cela pouvait se généraliser pour calculer toutes sortes de grandeurs physiques.

Ces développements issus des travaux de Pythagore s'emploient également en théorie des sondages ou sur internet lorsqu'il s'agit de cibler vos goûts, et donc de vous diriger vers des sites susceptibles de vous intéresser. En effet, tracer un angle droit, c'est la plus courte distance d'un point à une droite : vous n'allez pas en biais, mais directement, et c'est le chemin le plus court. En raisonnant de façon un peu similaire, en statistiques, on arrive à trouver les éléments qui vont être les plus en rapport les uns des autres (mathématiquement les plus proches). Par exemple si sur un site de voyages vous avez consulté certaines destinations, on pourra vous proposer d'autres

1. C'est-à-dire un triangle possédant un angle droit, de 90°