

RETOUR AUX MATHS

Aritlmétique

de 3 à 99 ans

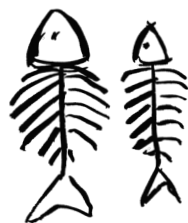


Marie Debuisser



CHAPITRE 1

COMPRENDRE ET UTILISER LES NOMBRES ENTIERS

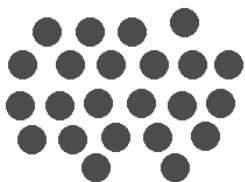


La numération de position

Pour faire des mots, il nous faut des lettres, et avec ces mots, on fait des phrases, qu'on peut lire, écrire, ou dire à l'oral. En maths, c'est pareil : pour faire des nombres, il faut des chiffres, et avec ces nombres, on pourra compter et calculer.

Dans n'importe quel mot, l'ordre des lettres est important. Les mots « romain » et « manoir » n'ont pas la même signification, et pourtant ils sont composés des mêmes lettres. C'est donc l'ordre des lettres qui donne le sens du mot. Pour les nombres, c'est pareil : chaque chiffre a une place bien particulière qui lui donne plus ou moins d'importance.

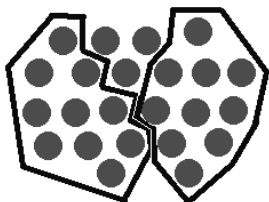
Pour comprendre cela, voici un exemple simple : supposons que je dispose devant moi un certain nombre de noisettes.



Si je les compte une par une, je vais obtenir un total (ici, c'est 23) qui s'appelle les **unités**.

Le nombre 23 correspond donc à **23 unités**.

Bien sûr, comme on a dix doigts et que, depuis la nuit des temps, l'Homme utilise ses doigts pour compter, on peut vouloir faire des paquets de 10 noisettes.

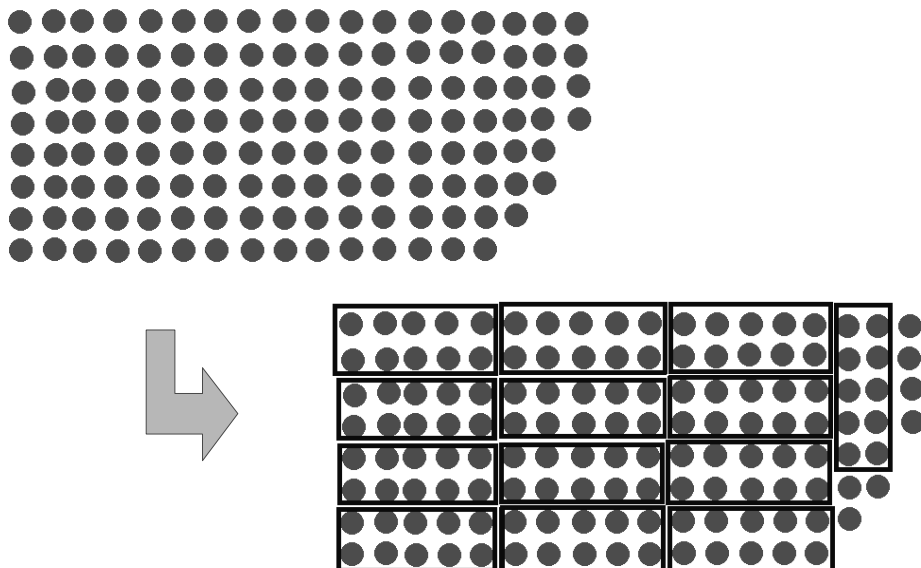


Il y aura alors 2 paquets de 10 et il en restera 3 que je ne pourrai pas mettre en paquets.

Chaque paquet de 10 s'appelle une **dizaine**, et les noisettes qu'on ne peut pas mettre en paquets de 10 n'ont pas changé : ce sont toujours des unités.

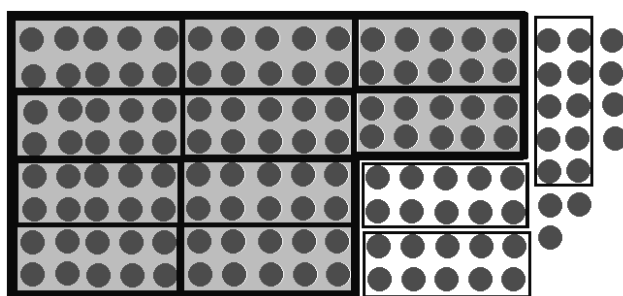
Le nombre 23 correspond donc à **2 dizaines et 3 unités**.

Le problème devient plus ardu si j'ai un grand nombre de noisettes. Je peux les compter une par une, mais ce serait laborieux. Par contre, toujours dans l'idée de faire des paquets de 10, on peut former des dizaines :



On constate alors qu'on a fabriqué 13 dizaines et qu'il reste 7 unités.

Avec les 13 dizaines, on peut alors faire un « gros » paquet de 10 dizaines, qu'on appelle une **centaine**. On obtient 1 centaine, 3 dizaines et 7 unités, c'est-à-dire 137 unités, comme on peut le constater dans l'image suivante :



Bien sûr, si on a davantage de noisettes, c'est plus difficile à dessiner, mais l'idée est la même : avec dix centaines, on fait un millier, et ainsi de suite. Bon, en réalité, quand on a beaucoup de noisettes, on aime plutôt les manger, en faire des gâteaux ou de la pâte à tartiner. Gardons cette idée pour un autre chapitre, et continuons.

Ce qu'on vient de constater, c'est que chaque chiffre qui compose le nombre a une importance particulière, qui dépend de sa place dans le nombre. **C'est la numération de position.**

MÉMO 1.1

DÉFINITION (Unité) :

Une **unité** est un objet avec lequel on peut compter.

DÉFINITION (Dizaine) :

Une **dizaine** est un groupe de dix unités.

DÉFINITION (Centaine) :

Une **centaine** est un groupe de dix dizaines.

DÉFINITION (Millier) :

Un **millier** est un groupe de dix centaines.

PROPRIÉTÉ (Numération de position) :

L'importance d'un chiffre dépend de sa position (son rang) dans le nombre.

EXERCICE 1.1 : Décomposition d'un entier par rang

- $358 \text{ unités} = \dots \text{ centaine(s)} + \dots \text{ dizaine(s)} + \dots \text{ unité(s)}$
 $= \dots \text{ dizaine(s)} + \dots \text{ unité(s)}$
- $12 \text{ dizaines} + 5 \text{ unités} = \dots \text{ centaine(s)} + \dots \text{ dizaine(s)} + \dots \text{ unité(s)}$
 $= \dots \text{ unités}$
- $49 \text{ centaines} + 28 \text{ unités}$
 $= \dots \text{ millier(s)} + \dots \text{ centaine(s)} + \dots \text{ dizaine(s)} + \dots \text{ unité(s)}$
 $= \dots \text{ unités}$

Attention toutefois à ne pas confondre « chiffre des » et « nombre de ».

Par exemple, dans le nombre 137, le **chiffre des** dizaines est 3 alors que le **nombre de** dizaines est 13 (on peut fabriquer 13 dizaines complètes avec les 137 unités).

EXERCICE 1.2 : « Chiffre des ... » / « Nombre de ... »

- Dans le nombre 348, le chiffre des dizaines est ... mais le nombre de dizaines est ...
- Dans le nombre 6297, le chiffre des centaines est ... mais le nombre de centaines est ...
- Dans le nombre 6297, le chiffre des unités est ... mais le nombre d'unités est ...

Faire et défaire les paquets : multiples et diviseurs

Ces nombres que nous venons d'utiliser, ce sont des nombres **entiers naturels** : ils servent à compter tout naturellement les objets. Et avec ces premiers nombres, viennent les premières opérations.

Il y a quatre opérations fondamentales : l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, et il faut être prêt à pouvoir les effectuer d'ici quelques chapitres. Avec les entiers naturels, l'addition, c'est facile (il suffit de regrouper les objets), et la soustraction n'est pas beaucoup plus compliquée (il suffit d'en enlever). Par contre, pour la multiplication, il faudra déjà connaître ses tables... Oui, oui, je vous vois lever les yeux au ciel ! Alors regardons où vous en êtes et ce qui vous en reste.

EXERCICE 1.3 : Tables de multiplications

- À la page suivante, voici une table de multiplications vide. En 3 minutes chrono (et sans tricher), essayer de la remplir le plus possible.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

=> Stop ! C'est l'heure du bilan !

Vous trouverez les tables de multiplications complétées dans l'annexe 1 à la fin de ce livre. Lesquelles avez-vous réussi à remplir ?

- Généralement, tout le monde réussit à remplir les tables de 1 et de 2.
- La table de 5 et la table de 10 ne posent également pas trop de problème. Sans doute parce qu'on a cinq doigts à chaque main et dix doigts au total, sur lesquels il est naturel de compter. D'ailleurs, on s'en est bien servi en début de chapitre !

Et puis ensuite, il reste les autres, et quelques astuces pourraient bien être utiles...

- Tout d'abord, aviez-vous pensé que la table de multiplications est comme « en miroir » par rapport à la diagonale ? On obtient le même résultat pour 3×4 que pour 4×3 . Pour les curieux, cela s'appelle la « commutativité de la multiplication ». On n'en a donc que la moitié à connaître, cela simplifie grandement le travail !
- Ensuite, aviez-vous remarqué que dans la table de 3, on avance de 3 en 3 par exemple ? Et c'est la même chose pour la table de 4, et pour toutes les tables, d'ailleurs... Mais il est vrai que c'est moins facile à utiliser pour les tables de 6, de 7, de 8 et de 9.
- Enfin, pour la table de 9, aviez-vous remarqué que les dizaines augmentent de 1 en 1 alors que les unités, elles, diminuent de 1 en 1 ? Et que l'addition des deux chiffres donne toujours 9 ? Voici qui devrait vous aider à les mémoriser.

Pour les cases restantes, évidemment, ce sont les plus difficiles. Il n'y a pas de secret : les apprendre et les réviser souvent, jusqu'à ce que cela devienne naturel. Mais plus on les utilisera, et plus il sera facile de s'en souvenir, alors pour vous aider, je vous propose de les utiliser souvent, tout au long de ce livre ! De façon générale, je vous conseille de les avoir sous les yeux à chaque fois qu'un exercice le nécessite, jusqu'à les mémoriser. Utilisez-les comme un dictionnaire, en allant rechercher le résultat toutes les fois où vous en aurez besoin.

Encore une remarque : sur la diagonale grise, on trouve les résultats de la multiplication d'un nombre entier par lui-même. On appelle cela des **carrés parfaits**, et il sera utile de les connaître parfaitement aussi, pour travailler sur le théorème de Pythagore en géométrie ainsi que sur les identités remarquables en algèbre. Mais nous n'en sommes pas encore là, ça vous laisse un peu de temps pour les mémoriser !

Mais à quoi ça sert de connaître ses tables de multiplications ? Aujourd'hui, il y a des calculatrices perfectionnées disponibles partout, même sur les smartphones ! Cela pourrait laisser penser qu'il ne sert plus à rien de les apprendre. Détrompez-vous : connaître les tables de multiplications est essentiel, en particulier pour les divisions et les décompositions. En effet, si la calculatrice est capable de donner le résultat de 7×3 , elle n'est pas capable de donner toutes les multiplications dont le résultat est 24 par exemple.

Maintenant, si j'ai 24 billes et que je souhaite faire des paquets égaux et sans reste, combien puis-je faire de paquets ? Pour répondre à cette question, il me faut savoir déterminer toutes les tables de multiplications qui contiennent le nombre 24. On les appelle les **diviseurs de 24**, et on dit que 24 est un **multiple de** ces nombres.

Regardons tout d'abord la plus simple de toutes les possibilités : quel que soit le nombre de billes, je peux toujours faire un seul gros paquet avec l'ensemble de toutes les billes. Autrement dit, tous les nombres sont dans la table de 1. Ici, on a $24 = 1 \times 24$.

C'est l'occasion de remarquer que 24, comme tous les nombres également, est aussi dans sa propre table de multiplications : on peut faire 24 paquets de 1 bille chacun.

Ensuite, 24 est dans la table de 2, car $24 = 2 \times 12$.

Les nombres qui sont dans la table de 2 sont appelés les **nombres pairs**. Comme dans la vie courante, les paires, ce sont les choses qui vont par deux : paire de chaussures, paire de chaussettes, paire de gants...

Avec la même multiplication, on vient également de trouver que 24 est dans la table de 12. Il semble donc qu'à chaque fois qu'on trouve un diviseur de 24, on en trouve un second en même temps, c'est pratique !

Regardons maintenant la table de 3. On y trouve 24 comme résultat de 3×8 donc 3 et 8 sont également des diviseurs de 24. On trouve aussi 24 dans la table de 4 sous la forme 4×6 (ce qui nous donne deux nouveaux diviseurs qui sont 4 et 6), mais pas dans la table de 5. Ensuite, il y a la table de 6, mais on l'avait déjà trouvé lors de la décomposition de 24 dans la table de 4.

Pour le moment, on a donc trouvé que les diviseurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24. Mais les a-t-on tous trouvés ? Il y en a peut-être d'autres, par exemple entre 12 et 24, non ?

Et bien non, car si un nombre entre 12 et 24 (par exemple 13) avait été un diviseur de 24, alors on aurait dû avoir $24 = 13 \times (\text{un nombre entier})$ et ce *nombre entier* aurait dû se situer entre 1 et 2 puisque $24 = 1 \times 24$ et $24 = 2 \times 12$. Mais comme il n'y a aucun entier entre 1 et 2, c'est qu'il n'y a aucun diviseur de 24 entre 12 et 24 : on les a bien tous trouvés !

Pour trouver les diviseurs, il suffit donc de vérifier les tables une par une en partant de la table de 1, et quand on trouve une table qu'on avait déjà rencontrée dans une décomposition précédente, c'est qu'on les a tous trouvés.

MÉMO 1.2

DÉFINITION (Entier naturel) :

Un **entier naturel** est un nombre avec lequel on peut compter des objets. C'est donc un ensemble d'unités.

DÉFINITIONS (Multiple, Diviseur) :

Soient a et b deux nombres entiers naturels différents de zéro. On dit que a est un **multiple** de b lorsque a est dans la table de multiplications de b .

Cela revient à dire qu'il existe un entier naturel q tel que $a = b \times q$.

On dit aussi que b est un **diviseur** de a (ou que b divise a , ou encore que a est divisible par b).

Remarque : Tout nombre entier naturel non nul (c'est-à-dire différent de zéro) est divisible au moins par 1 et par lui-même.

EXERCICE 1.4 : Recherche de diviseurs

- Trouver tous les diviseurs de 25, puis tous les diviseurs de 60

Les critères de divisibilité

Il reste encore un problème à résoudre : comment faire si le nombre dont on cherche les diviseurs est trop grand pour les tables de multiplications ? Il faudrait vérifier chaque table une par une, alors qu'on ne les a apprises que jusqu'à 10. Peut-être que le nombre qu'on cherche à décomposer y figure, mais beaucoup plus loin, et on risque de ne pas le reconnaître !

Heureusement, il y a quelques propriétés qui peuvent nous aider : les **critères de divisibilité**.

- Un nombre est multiple de 2 s'il est pair, c'est à dire si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

- Un nombre est multiple de 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre est multiple de 4 si le nombre formé par le chiffre des dizaines et le chiffre des unités est un multiple de 4.
- Un nombre est multiple de 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est multiple de 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Pour les autres tables, il n'y a pas de critère simple, il faut vérifier « à la main ».

MÉMO 1.3

PROPRIÉTÉ (Critères de divisibilité) :

Un nombre entier est ...	lorsque ...
Divisible par 2	Son chiffre des unités est pair : 0, 2, 4, 6 ou 8.
Divisible par 3	La somme de ses chiffres est divisible par 3.
Divisible par 4	Le nombre formé par les chiffres des dizaines et des unités est divisible par 4.
Divisible par 5	Son chiffre des unités est 0 ou 5.
Divisible par 9	La somme de ses chiffres est divisible par 9.

EXERCICE 1.5 : Critères de divisibilité

- 837 est-il divisible par 2 ? Par 3 ? Par 4 ? Par 5 ? Par 9 ?

EXERCICE 1.6 : Recherche des diviseurs d'un plus grand nombre

- Trouver tous les diviseurs de 105.

BOSS DES MATHS

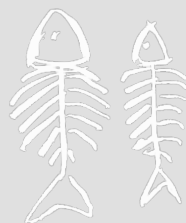
LEONARDO FIBONACCI (1170-1250)

Mathématicien italien né à Pise aux environs de 1170 et mort probablement dans cette même ville aux environs de 1250, Leonardo Fibonacci est le fils d'un marchand qui l'emmène avec lui dans ses voyages en Méditerranée.

Formé comme comptable pour les affaires de son père, il rencontre au fil de ses pérégrinations de nombreux grands mathématiciens, ce qui lui permet de parfaire ses connaissances. En 1198, il ramène de ses voyages les chiffres indo-arabes, beaucoup plus pratiques pour les calculs que les chiffres romains alors en usage en Europe. Pendant 30 ans, il regroupera ses connaissances mathématiques dans des livres qu'il laisse à la postérité. Il s'agit d'une part de ses travaux sur les calculs et la comptabilité (*Liber Abaci*, 1202) mais aussi sur la géométrie plane (*Practica Geometriae*, 1220) ainsi que de nombreux problèmes complexes que la numération indo-arabe simplifiait et permettait de résoudre bien plus facilement.

On garde aussi de lui une suite de nombres qui porte son nom, décrite dans *Le Liber Abaci* comme une modélisation de la croissance d'une population de lapins. Commenant par 0 et 1, chaque terme s'obtient ensuite en faisant la somme des deux précédents. Elle permet également une approximation très précise du nombre d'or, central dans le domaine de l'esthétique, de la construction et bien d'autres encore.

CORRECTION DES EXERCICES



EXERCICE 1.1 : Décomposition d'un entier par rang

- 358 unités
= 3 centaines + 5 dizaines + 8 unités
= 35 dizaines + 8 unités
- 12 dizaines + 5 unités
= 1 centaine + 2 dizaines + 5 unités
= 125 unités
- 49 centaines + 28 unités
= 4 milliers + 9 centaines + 2 dizaines + 8 unités
= 4928 unités

EXERCICE 1.2 : « Chiffre des ... » / « Nombre de ... »

- Dans le nombre 348, le chiffre des dizaines est 4
mais le nombre de dizaines est 34.
- Dans le nombre 6297, le chiffre des centaines est 2
mais le nombre de centaines est 62.
- Dans le nombre 6297, le chiffre des unités est 7
mais le nombre d'unités est 6297.

EXERCICE 1.3 : Tables de multiplications

Voir la table de multiplications en **Annexe 1**, à la fin de ce livre.

EXERCICE 1.4 : Recherche de diviseurs

- Les diviseurs de 25 sont : 1, 5 et 25.
- Les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.

Remarque : Ce n'est donc pas étonnant qu'on ait choisi ce nombre pour mesurer le temps : il permettait de diviser en périodes de tailles très différentes. D'ailleurs, beaucoup de civilisations anciennes ne comptaient pas avec des paquets de 10 comme nous (système décimal), mais avec des paquets de 60 (système sexagésimal). Cela rend les calculs parfois plus compliqués mais les partages équitables sont grandement facilités.

EXERCICE 1.5 : Critères de divisibilité

- 7 n'est pas pair donc 837 n'est pas divisible par 2.
- $8+3+7=18$ et 18 est dans la table de 3 donc 837 est divisible par 3.
- 37 n'est pas dans la table de 4 donc 837 n'est pas divisible par 4.
- Le chiffre des unités de 837 n'est ni un 0 ni un 5 donc 837 n'est pas divisible par 5.
- $8+3+7 = 18$ et 18 est dans la table de 9 donc 837 est divisible par 9.

EXERCICE 1.6 : Recherche des diviseurs d'un plus grand nombre

- $105 = 1 \times 105$
- 105 est impair donc il n'est pas multiple de 2

Remarque : Il ne sera donc pas nécessaire de tester 4, 6, 8, ni aucun nombre pair. Cela va nous faire gagner beaucoup d'étapes !

- $105 = 3 \times 35$
- $105 = 5 \times 21$
- $105 = 7 \times 15$

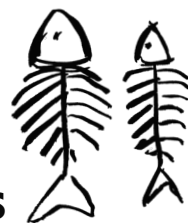
Remarque : Celui-ci était plus difficile à trouver, mais comme on avait trouvé un peu plus haut que $105 = 5 \times 21$, cela nous permettait de décomposer un peu plus et écrire que $105 = 5 \times 3 \times 7$ ce qui correspond à $105 = 15 \times 7$. Il y

aura souvent des multiples qu'on pourra trouver avec ce genre d'astuce, essayez de bien la comprendre et de la mémoriser.

- $1+0+5=6$ et 6 n'est pas dans la table de 9 donc 105 n'est pas un multiple de 9.
- 105 n'est pas multiple de 11 car $11 \times 9 = 99$ est trop petit et $11 \times 10 = 110$ est trop grand.
- 105 n'est pas multiple de 13 car $13 \times 8 = 104$ est trop petit et $13 \times 9 = 117$ est trop grand.
- 105 est multiple de 15, mais on l'avait déjà trouvé dans $105 = 7 \times 15$, donc on a fini notre recherche.

En conclusion, l'ensemble des diviseurs de 105 est :

1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 et 105



CHAPITRE 2

POSER ET EFFECTUER DES OPÉRATIONS AVEC DES ENTIERS

Maintenant que nous avons les nombres entiers, regardons un peu les opérations que l'on peut faire avec. Il y a quatre opérations fondamentales qui sont l'**addition**, la **soustraction**, la **multiplication** et la **division**. Chacune permet de calculer un résultat correspondant à une situation simple de la vie réelle. Ainsi, l'addition permet de regrouper deux quantités, la soustraction permet d'enlever une partie à une quantité donnée, la multiplication consiste à prendre plusieurs fois une même quantité et la division permet de faire un partage équitable. Cette dernière nécessite de connaître d'abord les trois autres, elle aura son chapitre spécifique. Pour le moment, nous allons déjà voir le vocabulaire et les méthodes de calcul des trois premières.

Vous êtes prêts ? (« *Non, pas trop...* »)

Alors c'est parti ! (« *Ah ? Bon, d'accord...* »)

L'addition

L'addition, c'est l'opération qui permet d'accumuler des objets. Ainsi, en regroupant 3 fourchettes avec 5 autres fourchettes, je peux facilement compter que j'obtiens 8 fourchettes. On dit alors que le nombre 8 est la **somme** de 3 et de 5 et on peut bien évidemment écrire que $3+5=8$. Les nombres 3 et 5 s'appellent les **termes** de l'addition et on peut les changer de place dans le calcul sans changer le résultat. Autrement dit, $3+5=5+3$. On dit que l'addition est **commutative**.

On a vu dans le chapitre précédent que chaque paquet de 10 unités donne une dizaine, que chaque paquet de 10 dizaines donne une centaine, et ainsi de suite. Ainsi, pour additionner facilement les grands nombres, une méthode pertinente est de calculer rang par rang en partant des unités.

Prenons un exemple et calculons la somme $357+482$.

- On commence par les unités : $7+2=9$. Le chiffre des unités est 9.
- On s'occupe ensuite des dizaines : $5+8=13$. Le chiffre des dizaines du résultat est 3 et les 10 dizaines restantes font une centaine à compter à l'étape suivante. On l'appelle la « retenue » pour les centaines.
- Enfin, pour les centaines : $3+4=7$ auquel il faut ajouter la retenue, ce qui donne 8. Le chiffre des centaines est donc 8.
- Il n'y a plus rien à ajouter, l'addition est terminée et la somme est 839.

Ce calcul peut se faire de tête, être écrit en ligne, ou être posé en colonne en alignant les nombres suivant leur rang. Dans ce cas, les retenues se positionnent au-dessus de la ligne du premier nombre, dans la colonne du rang qui les concerne.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{+1} \\
 3 \ 5 \ 7 \\
 + 4 \ 8 \ 2 \\
 \hline
 8 \ 3 \ 9
 \end{array}$$

On obtiendrait alors une opération posée comme ceci :

La soustraction

La soustraction, c'est l'opération qui permet d'enlever des objets. Ainsi, en reprenant mes 8 fourchettes, si j'en enlève 2, il ne m'en restera que 6. On dit alors que le nombre 6 est la **différence** de 8 et de 2 et on peut bien évidemment écrire que $8-2=6$. Les nombres 8 et 2 s'appellent également les **termes** de la soustraction mais on ne peut pas les changer de place dans le calcul. La soustraction est une opération **non commutative**. Évidemment, puisque calculer $2-8$ signifierait que j'ai 2 fourchettes, et que je veux en enlever 8. Cela n'est absolument pas possible avec des objets, donc ce n'est pas possible avec des entiers naturels. (Ce n'est pourtant pas ce que m'affirme ma calculatrice, et on verra pourquoi dans le **chapitre 7**, un peu de patience...)

Comme pour l'addition, on va procéder rang par rang en partant des unités.

Prenons à nouveau un exemple et calculons la différence $972-357$.

- On commence par les unités : $2-7$ ne peut pas être calculé car je ne peux pas enlever sept unités si je n'en ai que deux. Pour ne pas rester bloqué, on utilise une retenue. Autrement dit, on va prendre une dizaine dans le rang d'à côté, et la compter ici comme 10 unités

supplémentaires. On calcule donc $12 - 7 = 5$, ce qui nous apprend que le chiffre des unités du résultat est 5. Par contre, il faudra se souvenir à l'étape suivante qu'on a pris une dizaine pour faire ce calcul.

- On s'occupe ensuite des dizaines : il y en avait 7 mais on en a retenu une pour pouvoir faire le calcul des unités, donc il n'en reste en réalité plus que 6. Au lieu de faire $7 - 5$, on calcule donc $6 - 5 = 1$. Le chiffre des dizaines du résultat est 1.
- Pour les centaines, enfin : $9 - 3 = 6$ donc le chiffre des centaines est 6.
- Il n'y a plus rien à enlever, la soustraction est terminée et la différence est 615.

Ici encore, le calcul peut se faire de tête, être écrit en ligne, ou être posé en colonne en alignant les nombres suivant leur rang. Dans ce cas, il y a deux méthodes courantes pour les retenues. Soit on peut effectivement barrer un chiffre (par exemple ici celui des dizaines) dans le nombre du haut pour le diminuer d'une retenue, ou bien au contraire ajouter une retenue au chiffre du bas puisque cela revient au même (notation la plus répandue, mais moins facile à comprendre et à enseigner).

On obtiendrait alors une opération posée comme ceci :

$$\begin{array}{r} ^6 9 \cancel{7}^{12} \\ - 357 \\ \hline 615 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 97^{12} \\ - 35_{+1}7 \\ \hline 615 \end{array}$$

La multiplication

La multiplication, c'est l'opération qui permet de prendre plusieurs fois le même nombre d'objets. Ainsi, en prenant 7 fois 4 fourchettes, j'obtiens 28 fourchettes. On dit alors que le nombre 28 est le **produit** de 7 par 4 et on peut bien évidemment écrire que $7 \times 4 = 28$. Les nombres 7 et 4 s'appellent les **facteurs** de la multiplication et on peut les changer de place dans le calcul sans changer le résultat. Autrement dit, $7 \times 4 = 4 \times 7$. On dit que la multiplication est **commutative** et, si vous avez bien lu le premier chapitre, vous savez que c'est pratique pour remplir les tables de multiplications. Ce sont d'ailleurs elles qui

vont être absolument essentielles pour pouvoir poser l'opération. Il y aura un peu plus d'étapes que pour les additions et les soustractions, mais on connaît désormais tout ce qu'il nous faut pour y arriver sans problème.

Prenons donc un dernier exemple et calculons le produit 237×48 . Comme c'est nettement plus compliqué de le faire de tête, on va directement poser la multiplication et regarder la méthode pas à pas.

Tout d'abord, on place les nombres comme précédemment, mais pour faciliter la suite, il est préférable de mettre celui qui a le plus de chiffres à la première ligne (ce n'est pas obligatoire, mais cela peut éviter des erreurs).

La méthode consiste à utiliser chaque chiffre du nombre du bas, rang après rang en commençant par les unités, pour multiplier chaque chiffre du nombre du haut.

On commence donc par le chiffre des **unités** qui est 8, et on va le multiplier avec chaque chiffre du nombre du haut. Cela va nous donner une première ligne de résultat.

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times 48 \\ \hline \end{array}$$

Tout d'abord, $8 \times 7 = 56$. J'écris 6 sous les unités, et je garde le 5 en retenue pour les dizaines.

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times 48 \\ \hline 6 \end{array}$$

Puis le 8 vient multiplier le 3 des dizaines ce qui donne $8 \times 3 = 24$. Je lui ajoute la retenue de 5, ce qui donne 29. J'écris donc le 9 devant le 6 de tout à l'heure, et je garde le 2 en retenue pour le rang suivant.

Enfin, le 8 vient multiplier le 2 des centaines ce qui donne $8 \times 2 = 16$. Je lui ajoute la retenue de 2, ce qui donne 18. Comme il n'y a pas de rang suivant, je peux écrire le 18 dans ma première ligne de résultat qui est donc 1896.

$$\begin{array}{r} 237 \\ \times 48 \\ \hline 1896 \end{array}$$

Le 8 a fini de multiplier les chiffres du premier nombre, on a terminé la première étape. C'est maintenant au tour du 4 des **dizaines** de multiplier tout le nombre du haut, rang par rang.