CHAPITRE I

FONDEMENTS DE L'ELECTROMAGNETISME

A. COURS

L'électromagnétisme est, avec la mécanique, l'une des grandes branches de la physique dont les manifestations, nombreuses et variées, sont les plus fréquentes dans la vie courante. L'interaction électromagnétique est la base même des phénomènes électrostatiques, électriques et magnétiques. L'électromagnétisme étudie les phénomènes magnétiques et leur relation fondamentale avec les charges électriques au repos ou en mouvement relatif les unes par rapport aux autres.

L'électromagnétisme est né grâce à la réunion du champ électrique et du champ magnétique dans le concept de **champ électromagnétique**. Aussi, l'électromagnétisme permet-il de comprendre la notion de champ électromagnétique et son interaction avec les charges électriques et les courants. Ce champ se propage dans l'espace sous forme d'**ondes électromagnétiques** qui regroupent aussi bien les ondes **radioélectriques** que **lumineuses**. Ainsi, la **lumière** visible à laquelle est sensible notre rétine est sans doute l'application la plus fréquente des ondes électromagnétiques. L'utilisation des ondes électromagnétiques est devenue de plus en plus importante aussi bien pour les radars, la radio, la télévision, la téléphonie mobile, ainsi que les micro-ondes.

En 1864, **Maxwell**[1], établit une théorie qui unifie électricité, magnétisme et induction. Avec les quatre **équations de Maxwell**, l'électromagnétisme est né. Il est bien établi, depuis les travaux de Maxwell, que les effets électrique et magnétique ne sont indépendants l'un de l'autre qu'en régime stationnaire (indépendant du temps), et ne le sont pas en régime variable.

L'électromagnétisme est responsable de la plupart des phénomènes de la vie quotidienne qui ne sont pas imputables à la pesanteur. L'électronique et les télécommunication qui sont la base de la civilisation moderne reposent entièrement sur l'interaction électromagnétique. Parmi les applications modernes de l'électromagnétisme, citons entre autres les matériels électroniques et informatiques, ou même les drones. Ces derniers peuvent même voler sans batterie grâce à **l'induction électromagnétique**.

1. Sources de champ électromagnétique

Les propriétés physiques et chimiques de la matière sont régies par les forces électriques et magnétiques qui agissent sur les particules qui composent toutes les substances, qu'il s'agisse de matériaux inorganiques ou de cellules vivantes. Il existe deux espèces de particules électriques fondamentales de la matière, communément appelées charges électriques **positives** et **négatives**. Les sources de **champs électromagnétiques** sont généralement des charges électriques au repos ou en

---

[1] James Clerk **Maxwell** (1868-1879) : physicien écossais.

mouvement. L'intensité d'un champ en tout point dépend de la valeur, de la position, de la vitesse et de l'accélération de la charge source.

De nombreuses expériences ont montré d'une part que la **charge totale** d'un système isolé **se conserve**. Le principe de conservation de la charge électrique est un postulat fondamental en physique. L'affirmation selon laquelle la charge électrique est conservée signifie simplement qu'elle ne peut être ni créée ni détruite. **L'indestructibilité de la charge électrique** est une loi fondamentale de la physique. Le principe de conservation de la charge électrique doit être satisfait à tout instant et dans toutes les situations du génie électrique.

D'autre part, il est expérimentalement établi que la charge électrique est toujours égale à un nombre entier, positif ou négatif, multiple d'une unité fondamentale insécable ou **quantum e**. L'expérience de **Millikan**[2]**,** a montré l'existence de l'électron, particule élémentaire de charge négative –e, en tant que constituant fondamental de la matière. On dit que la charge électrique est **quantifiée**. La **charge élémentaire** –e d'un électron vaut :

$$-e = -1,602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

Il semble que la quantification de la charge électrique soit une loi fondamentale de la nature. Quoi qu'il en soit, les lois de l'électromagnétisme développées dans cet ouvrage sont indépendantes de la quantification de la charge électrique. Ainsi, du point de vue de la théorie électromagnétique classique, un corps chargé qui peut être considéré comme un agrégat de charges électriques, sera traité comme si la charge totale pouvait être indéfiniment divisible. En d'autres termes, on peut considérer qu'à l'échelle macroscopique, ces charges électriques forment une distribution continue ou un **continuum**.

De la même manière, on considère la masse d'un solide ou d'un liquide comme une distribution continue, sans aller à l'échelle microscopique, et compter le nombre de molécules. A l'échelle macroscopique, la distribution de charge peut alors être représentée par sa **densité de charge**.

Dans le système international MKSA, l'unité de la charge électrique est le **coulomb**. Une charge électrique d'un coulomb compte $6{,}25.10^{18}$ électrons (1 C = $(6{,}25.10^{18})$ x $(1{,}6.10^{-19})$). Comme on a souvent affaire à un aussi grand nombre de particules, la nature discrète des charges devient peu importante et on peut considérer que ces charges électriques forment une distribution continue.

1.1. Distributions continues de charge

Quand les **dimensions** linéaires du volume contenant la charge q ne sont **pas négligeables**, on peut considérer que la charge est répartie de façon **continue** (différentiable) à l'intérieur du volume.

1.1.1. Densité volumique de charge

Soit un volume τ qui porte une charge totale q (Fig. I.1.a). Un élément de volume $d\tau$ sera considéré comme une charge ponctuelle de valeur dq. On définit la **densité volumique de charge** ρ comme étant la charge par unité de volume, soit :

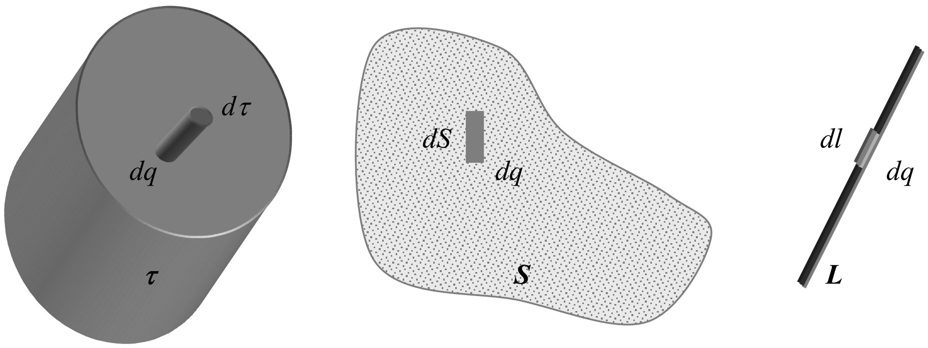
$$\rho = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta \tau} = \frac{dq}{d\tau}$$

[2] Robert Andrews **Millikan** (1868-1953) : physicien américain.

où Δq est la charge contenue dans l'élément de volume $\Delta\tau$; ρ s'exprime en $C.m^{-3}$.

La charge totale portée par le volume τ est :

$$q = \iiint_\tau \rho \, d\tau$$



(a) **(b)** **(c)**

Fig. I.1

1.1.2. Densité surfacique de charge

Soit une surface chargée *S* qui porte une charge totale *q* (Fig. I.1.b). Un élément de surface *dS* sera considéré comme une charge ponctuelle de valeur *dq*. On définit la **densité surfacique de charge σ** comme étant la charge par unité de surface, soit :

$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

où Δq est la charge portée par l'élément de surface ΔS ; σ s'exprime en $C.m^{-2}$.
La charge totale portée par la surface *S* est :

$$q = \iint_S \sigma \, dS$$

1.1.3. Densité linéique de charge

Soit une ligne de longueur l qui porte une charge totale q (Fig. I.1.c). Un élément de longueur *dl* sera considéré comme une charge ponctuelle de valeur *dq*. On définit la **densité linéique de charge λ** comme étant la charge par unité de longueur, soit :

$$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

où Δq est la charge portée par l'élément de longueur Δl ; λ s'exprime en $C.m^{-1}$.
La charge totale portée par la ligne de longueur L est :

$$q = \int_L \lambda \, dl$$

❒ Dans le cas où la distribution continue de charge est uniforme, la densité de charge est constante.

- Si ρ est une constante, la charge totale du volume τ (uniformément chargé) est :

$$q = \rho \iiint_\tau d\tau = \rho \, \tau$$

- Si σ est une constante, la charge totale de la surface S (uniformément chargée) est :

$$q = \sigma \iint_S dS = \sigma\, S$$

- Si λ est une constante, la charge totale de la ligne de longueur L (uniformément chargée) est :

$$q = \lambda \int_L dl = \lambda\, L$$

1.2. Distribution discrète de charge

Considérons un volume de dimension fini τ contenant un ensemble de charges (par unité de volume) discernables par l'observateur, et par conséquent dénombrables : q_1, q_2, q_3, ... , q_i, ... , q_n . Supposons que chaque charge q_i est constituée par n_i particules de charge e_i par unité de volume.
La charge électrique étant une **grandeur additive**, la charge totale Q contenue dans le volume τ est donc :

$$Q = \left(\sum_{i=1}^{N} q_i\right)\cdot\tau = \left(\sum_{i=1}^{N} n_i\, e_i\right)\cdot\tau = \left(n_1\, e_1 + n_2\, e_2 + \cdots + n_i\, e_i + \cdots + n_N\, e_N\right)\cdot\tau$$

où $n_i = 0, 1, 2, \ldots, i, \ldots, N$.

On parlera de distribution discrète de charge lorsqu'il n'est pas possible de définir une densité de charge.

1.3. Charges mobiles - Vecteur densité de courant

Considérons un conducteur métallique de section droite S constante. En présence d'un champ électrique extérieur, les électrons du métal se déplacent avec une vitesse moyenne uniforme $\vec{v}$. Ce mouvement ordonné des porteurs de charge est appelé **courant électrique**.

Par convention, le sens du courant électrique correspond au sens du déplacement des charges positives.

L'intensité du courant *I* dans un conducteur est égale au débit des charges à travers la section S du conducteur :

$$I = dq/dt$$

L'unité d'intensité de courant est l'**ampère** :

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} \quad \Leftrightarrow \quad 1\,A = 1\,\frac{C}{s}$$

Le courant électrique étant une quantité scalaire, il ne peut être utilisé pour analyser les phénomènes électromagnétiques pour lesquels la direction (et le sens) du courant doit être considérée. Pour cette raison, nous devons établir un champ vectoriel associé au courant électrique. Aussi, définit-on en chaque point de l'espace un **vecteur densité de courant** $\vec{j}$, tangent à la ligne de courant.

On appelle densité de courant *j* dans un conducteur de section S, le courant I par unité d'aire de section S :

$$j = \frac{I}{S}$$

On peut dire également que l'intensité *I* du courant est égale au flux du vecteur $\vec{j}$ à travers la surface *S*.

Dans un métal, les porteurs de charge sont identiques (les électrons) et se déplacent à la même vitesse. Alors,

$$j = n\,e\,v = \rho_m\,v \quad \left[A \cdot m^{-2}\right]$$

ne représente la densité volumique de charges mobiles ρ_m ($\rho_m = ne$).

La densité de courant étant une grandeur vectorielle, elle s'exprime par :

$$\vec{j} = -n\,e\,\vec{v}$$

où le signe moins indique que le sens positif du courant est opposé à celui du déplacement des électrons, e est la valeur absolue de la charge d'un électron et n est le nombre d'électrons libres par unité de volume.

Dans le cas général, il existe plusieurs espèces de porteurs de charge et la densité de courant s'écrit alors :

$$\vec{j} = \sum_{\alpha} n_\alpha\, q_\alpha\, \overrightarrow{v_\alpha}$$

où la sommation est effectuée sur toutes les espèces de porteurs de charge (cations, anions et électrons) en présence dans le milieu conducteur.

En général, lorsque la densité de courant n'est pas uniforme, le courant s'exprime par:

$$I = \oiint_S \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS} = \vec{j} \cdot dS\,\vec{n}$$

où l'intégration est étendue à toute la surface S de toute section du conducteur (Fig. I.2) et $\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal à la surface S.

En vertu du théorème de **flux-divergence**, appelé aussi **théorème de Green-Ostrogradski**, le flux de la densité de courant $\vec{j}$ s'écrit :

$$\oiint_S \vec{j} \cdot \overrightarrow{dS} = \iiint_\tau div\,\vec{j} \cdot d\tau = -\frac{\partial}{\partial t}\iiint_\tau \rho(t)\,d\tau$$

Finalement, l'expression de la forme différentielle (ou locale) de l'**équation de continuité**, appelée aussi **équation de conservation de la charge**, est :

$$div\,\vec{j} + \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = 0$$

Dans le cas des courants continus (en **régime stationnaire** (permanent), $\rho = Cte$), toutes les grandeurs électriques sont indépendantes du temps, en particulier le vecteur densité de courant $\vec{j}$. Dans ces conditions, l'équation de continuité se réduit à :

$$div\,\vec{j} = 0$$

On dit que le **flux** de $\vec{j}$ est **conservatif**.

Considérons maintenant un **tube de courant** élémentaire renfermant un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé $\mathcal{C}$. Sélectionnons deux surfaces élémentaires S_1 et S_2 comme le montre la Fig. I.2.

En vertu du principe fondamental de conservation de la charge électrique, on montre que l'intensité du courant est la même dans toute section d'un tube de courant. En effet,

$$I_1 = -\iint_{S_1} \vec{j}_1 \cdot \overrightarrow{dS_1} = \iint_{S_2} \vec{j}_2 \cdot \overrightarrow{dS_2} = I_2$$

Soit :

$$I_1 = I_2$$

En **régime stationnaire**, ainsi que dans l'approximation des régimes quasi stationnaires (**ARQS**), l'intensité d'un courant se conserve à travers toute section d'un tube de courant.

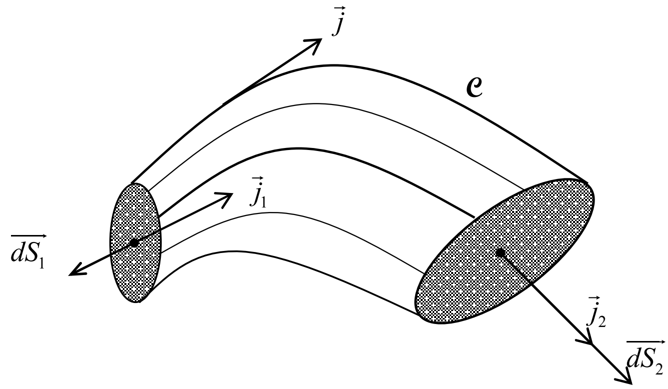


Fig. I.2

1.4. Vecteur densité de courant surfacique

Quand les porteurs de charge se déplacent essentiellement à la surface d'un conducteur, on définit la **densité de courant surfacique** $\vec{j}_S$ dont le module est exprimé en ampère par mètre ($A.m^{-1}$).

On assimile la distribution à une nappe de courant de surface S et d'épaisseur *e*, lorsque les dimensions latérales de la surface S sont très grandes devant *e*. Dans le cas d'un courant électrique de haute fréquence, la densité de courant de surface est concentrée en une couche mince, d'épaisseur δ, à la surface du conducteur. δ est appelée **épaisseur de peau**.

La densité de courant surfacique est donnée par :

$$\vec{j}_S = \int_0^e \vec{j}\, dz$$

où l'intégration est étendue à l'épaisseur *e* de la nappe de courant, c'est-à-dire dans la direction de la coordonnée *z* mesurée perpendiculairement à la surface *S* (Fig. I.3).

L'intensité du courant traversant la ligne L contenue dans la surface (S) est donnée par :

$$I = \int_L \vec{j}_S \cdot dL\, \vec{n}$$

où L est la largeur du fil conducteur et $\vec{n}$ est un vercteur unitaire tangent à la surface (S) et normal à la ligne L en tout point.

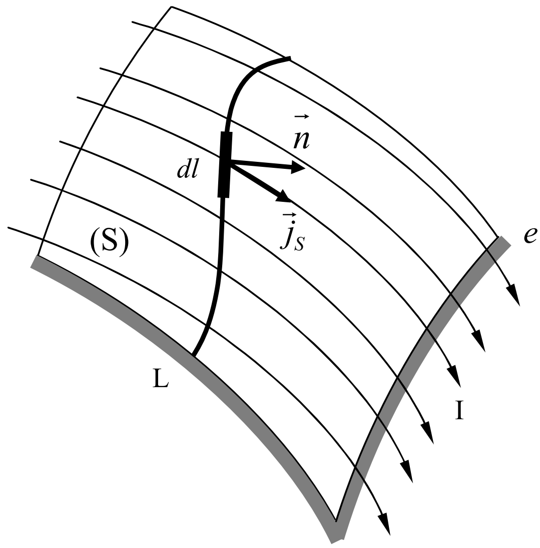


Fig. I.3

2. Interactions fondamentales

Au stade actuel de nos connaissances, il est établi que la nature est gouvernée par quatre types d'interactions fondamentales :

- **L'interaction nucléaire forte :** I = 1 (portée 10^{-15} m)

Responsable des liaisons entre protons et neutrons, elle assure la **cohésion du noyau** atomique en l'empêchant de se dissocier sous l'effet de la force électrostatique répulsive existant entre les protons. Cette interaction qui est la plus intense ne se manifeste qu'à très courte portée, c'est-à-dire à une distance inférieure aux dimensions du noyau atomique. Elle est notamment responsable des réactions nucléaires de fusion qui se déroulent au sein du Soleil.

- **L'interaction électromagnétique :** I = 10^{-2} (portée infinie)

Responsable de la stabilité des structures atomiques, elle assure la cohésion du nuage électronique autour du noyau. Agissant sur les objets ayant une charge électrique, elle régit donc tous les phénomènes électriques et magnétiques. Cette interaction qui décroit lentement (forces en $1/r^2$) se manifeste par une **répulsion** entre les charges électriques de même signe et une **attraction** entre les charges de signe contraire. De même, deux pôles d'aimants de même signe se repoussent et deux pôles d'aimants de signe opposé s'attirent. A l'échelle moléculaire, elle assure la **cohésion des structures moléculaires et cristallines**. De portée infinie, elle est responsable de la plupart des phénomènes physiques de la vie quotidienne et des forces observés dans l'univers, comme les réactions chimiques et biologiques ou les **ondes électromagnétiques** parmi lesquelles on distingue **la lumière,** les ondes radioélectriques, etc. C'est donc la plus importante des interactions fondamentales.

- **L'interaction nucléaire faible :** I = 10^{-6} (portée 10^{-17} m)

Responsable de la **radioactivité Bêta**, elle est donc à l'origine de la désintégration de certains noyaux radioactifs. Elle joue également un rôle important dans les réactions nucléaires de fusion qui ont lieu au centre du Soleil et qui lui permettent de briller.

- **L'interaction gravitationnelle :** $I = 10^{-38}$ (portée infinie)

Responsable de la **cohésion de l'univers** en maintenant les planètes en rotation autour du Soleil, elle régit plusieurs phénomènes naturelles, comme la pesanteur, les marées ou encore les phénomènes astronomiques, etc. C'est la plus faible des quatre interactions fondamentales. Elle est toujours attractive et de portée infinie.
Les interactions gravitationnelle et électromagnétique sont de longue portée; à l'échelle atomique, l'interaction électromagnétique domine largement. A l'échelle macroscopique en revanche, l'interaction gravitationnelle prédomine.

Les deux interactions nucléaires ont en revanche, une portée très courte, de l'ordre du Fermi ($1\ F = 10^{-15}\ m$). A l'échelle nucléaire, l'interaction forte domine.

L'objectif actuel des physiciens est de découvrir une théorie visant à unifier les quatre interactions connues en une interaction fondamentale unique au moyen de laquelle toutes les lois de la nature sont régies.

3. Lois fondamentales de l'électrostatique

L'**électrostatique** est une branche de l'électromagnétisme qui étudie les interactions entre les charges électriques **statiques**.

3.1. Loi de Coulomb

L'ingénieur français C.A. **Coulomb**[3] a imaginé et mis en œuvre un dispositif expérimental (balance de torsion) pour mesurer quantitativement les forces électrostatiques attractives et répulsives qui s'exercent entre les charges électriques.
Par analogie avec la loi de la gravitation (loi de Newton), **Coulomb** a établi expérimentalement la loi de l'interaction électrostatique des charges électriques.

On considère deux charges ponctuelles immobiles q_1 et q_2 se trouvant dans le vide et séparées par une distance r (Fig. I.4). La force d'interaction électrostatique entre ces deux charges est :

- radiale, c'est à dire portée par la droite séparant les deux charges;
- proportionnelle au produit des deux charges;
- enfin, inversement proportionnelle au carré de la distance r qui les sépare.

✓ La force d'interaction électrostatique est une **force conservative centrale** en $1/r^2$.

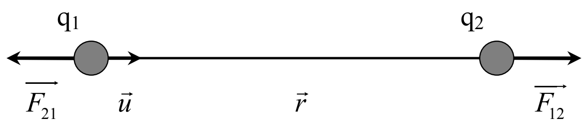


Fig. I.4

[3] Charles-Augustin de **Coulomb** (1736 – 1806) : physicien français.