■ Formulaire d'analyse vectorielle ■

■ Composition d'opérateurs

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \overrightarrow{\text{grad}}\ V = \vec{0}$$

$$\text{div}\ \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = 0$$

$$\text{div}\ \overrightarrow{\text{grad}}\ V = \Delta V$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = \overrightarrow{\text{grad}}\ \text{div}\ \vec{A} - \Delta\vec{A}$$

Composition de champs

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ (V_1 V_2) = V_1\ \overrightarrow{\text{grad}}\ V_2 + V_2\ \overrightarrow{\text{grad}}\ V_1$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ (V\vec{A}) = V\ \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}\ V \wedge \vec{A}$$

$$\text{div}\ (V\vec{A}) = V\ \text{div}\ \vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}\ V . \vec{A}$$

$$\text{div}\ (\vec{A_1} \wedge \vec{A_2}) = \vec{A_2} . \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A_1} - \vec{A_1} . \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A_2}$$

$$\left(\vec{v} . \overrightarrow{\text{grad}}\right)\vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}}\ \frac{v^2}{2} + \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{v} \wedge \vec{v}$$

Théorème d'Ostrogradsky : $\displaystyle\oiint_{(S)} \vec{A}.\overrightarrow{dS} = \iiint_{(V)} \text{div}\vec{A}\ d\tau$

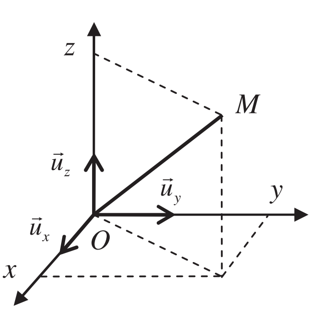
Le flux d'un champ de vecteur à travers une surface fermée est égal à l'intégrale triple de sa divergence étendue au volume intérieur à cette surface.

Théorème de Stokes : $\displaystyle\oint_{(C)} \vec{A}.\overrightarrow{dM} = \iint_{(S)} \overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A}.\overrightarrow{dS}$

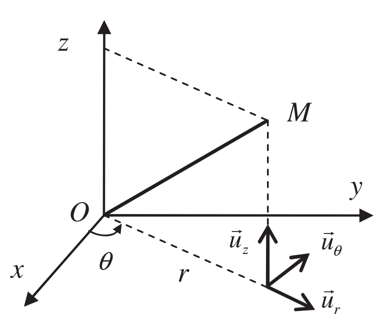
La circulation d'un champ de vecteur le long d'un contour fermé est égale au flux de son rotationnel à travers une surface quelconque s'appuyant sur ce contour.

■ Systèmes de coordonnées

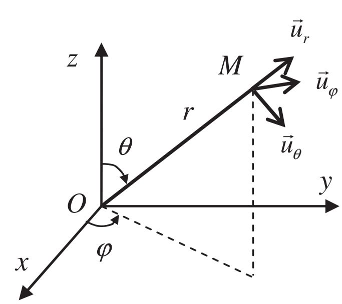
cartésiennes



cylindriques



sphériques



Coordonnées cartésiennes

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ V = \vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x}\,\vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\,\vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

$$\text{div}\ \vec{A} = \vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{u}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{u}_z$$

$$\Delta V = \vec{\nabla}^2\, V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Les vecteurs unitaires $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$ en chaque point, constituent des champs uniformes et ont tous une divergence et un rotationnel nuls.

Coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ V = \frac{\partial V}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{\partial V}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

$$\text{div}\ \vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial (rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\vec{u}_z$$

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

Vecteurs unitaires : $\text{div}\,\vec{u}_r = \frac{1}{r}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{u}_r = \vec{0}$; $\text{div}\,\vec{u}_\theta = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{u}_\theta = \frac{\vec{u}_z}{r}$; $\text{div}\,\vec{u}_z = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{u}_z = \vec{0}$

Coordonnées sphériques

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ V = \frac{\partial V}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\,\vec{u}_\varphi$$

$$\text{div}\ \vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial (\sin\theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{A} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial (\sin\theta A_\varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right)\vec{u}_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\vec{u}_\varphi$$

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rV)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}\ ;\ \text{avec}\ \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rV)}{\partial r^2} \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial V}{\partial r}\right)$$

Quelques résultats utiles : $\text{div}\,\vec{u}_r = \frac{2}{r}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{u}_r = \vec{0}$; $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{u}_\varphi = \frac{\vec{u}_z}{r\sin\theta}$ et $\overrightarrow{\text{grad}}\ \frac{1}{r} = -\frac{\vec{u}_r}{r^2}$

NB : Ne pas utiliser l'opérateur Nabla en coordonnées cylindriques ou sphériques.

■ Petit formulaire pour les calculs en physique ■

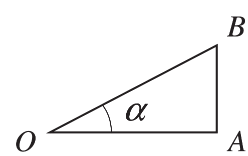
■ Équation du second degré

Avant de chercher les solutions d'une équation $ax^2+bx+c=0$, il est impératif d'obtenir des renseignements sur le signe des racines (ou de leur partie réelle) ; pour cela il suffit de voir le signe de leur somme $S=-b/a$ et de leur produit $P=c/a$.

■ Formules de trigonométrie

$$\sin\alpha=\frac{\textit{côté opposé}}{\textit{hypoténuse}}=\frac{AB}{OB},\quad \cos\alpha=\frac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}=\frac{OA}{OB}$$

$$\tan\alpha=\frac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}=\frac{AB}{OA}$$



Il faut connaître les formules de trigonométrie, en particulier : $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$$\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}\ ;\ \sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}\ ;\ \sin 2x=2\sin x\cos x$$

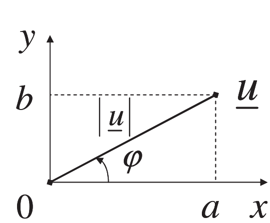
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b\ ;\ \sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

$$\cos p+\cos q=2\cos\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}\quad \text{et}\quad \sin p+\sin q=2\cos\frac{p-q}{2}\sin\frac{p+q}{2}$$ (le – d'abord !)

$$\cos a\cos b=\frac{1}{2}\big(\cos(a+b)+\cos(a-b)\big)\quad \text{et}\quad \sin a\sin b=\frac{1}{2}\big(\cos(a-b)-\cos(a+b)\big)$$

■ Les nombres complexes

- dans l'écriture mathématique $\underline{u}=a+\mathrm{i}b$ apparaissent les parties réelle $a=|\underline{u}|\cos\varphi$ et imaginaire $b=|\underline{u}|\sin\varphi$, avec $|\underline{u}|=\sqrt{a^2+b^2}$ et $\varphi=\arg\underline{u}=\arctan(b/a)$ (à π près, il faut en plus préciser $\sin\varphi$ ou $\cos\varphi$) soit $\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$.
- en physique, on préfère souvent écrire $\underline{u}=|\underline{u}|\exp(\mathrm{i}\varphi)$ en faisant apparaître directement le module $|\underline{u}|$ et la phase (ou argument) φ.



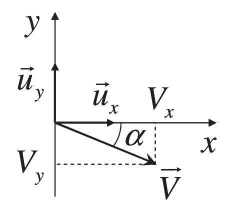
$$\text{Rappel : }\left|\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1}\right|=\frac{|\underline{u}_2|}{|\underline{u}_1|}\quad \text{et}\quad \arg\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1}=\arg\underline{u}_2-\arg\underline{u}_1$$

■ Projection d'un vecteur

Il faut particulièrement veiller aux signes des projections.

sur la figure : $V_x = \vec{V}.\vec{u}_x > 0$ et $V_y = \vec{V}.\vec{u}_y < 0$

avec $\vec{V} = V_x\,\vec{u}_x + V_y\,\vec{u}_y$



Théorème de Pythagore : $V^2 = V_x^2 + V_y^2$ car $V^2 = \vec{V}^2 = \|\vec{V}\|^2$

Avec l'angle α (pris positif), $V_x = V\cos\alpha > 0$ et $V_y = -V\sin\alpha < 0$

Le théorème de Pythagore redonne $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

■ Moyenne de fonctions temporelles

Si $u(t) = u_0\cos(\omega t + \varphi)$, alors sur une période $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, $< u > = 0$ et $< u^2 > = \dfrac{1}{2}u_0^2$

Utilisation de la notation complexe pour les grandeurs énergétiques moyennes (attention, aucune grandeur énergétique ne peut être complexe !).

Si $f(t) = f_0\cos(\omega t)$ et $g(t) = g_0\cos(\omega t + \varphi)$, alors :

$$< fg > = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{f}.\underline{g}^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{f}^*.\underline{g}) = \frac{1}{2}f_0 g_0\cos\varphi \quad \text{et} \quad < f^2 > = \frac{1}{2}|\underline{f}|^2$$

■ Formule de Taylor à l'ordre 1

Il faut savoir faire le lien entre :

– l'écriture mathématique : $f(x_0 + h) = f(x_0) + h\dfrac{df}{dx}(x_0) + ...$

– et l'écriture physique : $u(x_0 + dx) - u(x_0) = du = \left.\dfrac{du}{dx}\right)_{x=x_0} dx + ...$

Pour x, $|x| \ll 1$, on a $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1 - x^2/2$, $\tan x \approx x$, $\ln(1+x) \approx x$, $\mathrm{e}^x \approx 1 + x$, $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x, \ldots$

Et si $u(x, y)$ est une fonction de deux variables, à l'ordre 1 : $\mathrm{d}u = \dfrac{\partial u}{\partial x}\mathrm{d}x + \dfrac{\partial u}{\partial y}\mathrm{d}y$

Le théorème de Schwarz indique que $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$

■ Une grandeur petite ne doit être prise nulle

De la même manière qu'en mathématique une fonction n'est pas « équivalente à zéro », en physique non plus une grandeur petite ne doit être prise nulle ; si elle intervient dans une fonction, il suffit (en général) de prendre le premier terme non nul du développement limité de cette fonction.

En revanche, <u>à l'ordre un</u> en ε, on a simplement $\varepsilon.f(\varepsilon) = \varepsilon\left[f(0) + f'(0)\varepsilon + ...\right] \approx \varepsilon.f(0)$.

Formule du binôme

Surtout appliquée aux développements limités (ε tel que $|\varepsilon| \ll 1$ est l'infiniment petit)

$$(1+\varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon + \frac{n(n-1)}{2!}\varepsilon^2 + ...$$

Par exemple : $\frac{1}{1+\varepsilon} \approx 1-\varepsilon$; $\frac{1}{1-\varepsilon} \approx 1+\varepsilon$; $\sqrt{1\pm\varepsilon} \approx 1 \pm \frac{\varepsilon}{2}$

Dans le cas $\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} = (1+\varepsilon)^{-1/2} \approx 1 - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{3}{8}\varepsilon^2$, il ne faut pas faire d'abord le développement limité de la racine puis celui de l'inverse, mais les deux simultanément !

Disque, cylindre et sphère

Disque : périmètre $2\pi r$; surface πr^2 ; élément de surface d'une couronne circulaire entre r et $r+dr$: $2\pi r dr$.

Cylindre : surface latérale $2\pi rh$; volume $\pi r^2 h$; élément de volume d'une coquille cylindrique entre r et $r+dr$: $2\pi r dr h$.

Sphère : surface $4\pi r^2$; volume $4\pi r^3/3$; élément de volume d'une coquille sphérique entre r et $r+dr$: $4\pi r^2 dr$.

Formules de trigonométrie hyperbolique

Relations fondamentales : $\mathrm{ch}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$; $\mathrm{sh}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$; $e^x = \mathrm{ch}\, x + \mathrm{sh}\, x$

$$e^{-x} = \mathrm{ch}\, x - \mathrm{sh}\, x \ ; \ (\mathrm{ch}\, x + \mathrm{sh}\, x)^n = \mathrm{ch}(nx) + \mathrm{sh}(nx) \ ; \ \mathrm{ch}^2 x - \mathrm{sh}^2 x = 1$$

$$\mathrm{argch}\, x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) \ ; \ \mathrm{argsh}\, x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \ ; \ \mathrm{argth}\, x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

Dérivées : $\frac{d}{dx}\mathrm{ch}\, x = \mathrm{sh}\, x$; $\frac{d}{dx}\mathrm{sh}\, x = \mathrm{ch}\, x$; $\frac{d}{dx}\mathrm{th}\, x = 1 - \mathrm{th}^2 x = \frac{1}{\mathrm{ch}^2 x}$

$$\frac{d}{dx}\coth x = 1 - \coth^2 x = \frac{-1}{\mathrm{sh}^2 x} \ ; \ \frac{d}{dx}\mathrm{argch}\, x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \ ; \ \frac{d}{dx}\mathrm{arth}\, x = \frac{1}{1-x^2}$$

Développements limités au voisinage de zéro :

$$\mathrm{ch}\, x \approx 1 + \frac{x^2}{2} \ ; \ \mathrm{sh}\, x \approx x + \frac{x^3}{6} \ ; \ \mathrm{th}\, x \approx x - \frac{x^3}{3} \ ; \ \mathrm{argth}\, x \approx x + \frac{x^3}{3}$$

Différentielle logarithmique

$$f(x,y,z) = A\frac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma} \quad \Rightarrow \quad \frac{df}{f} = \alpha\frac{dx}{x} + \beta\frac{dy}{y} - \gamma\frac{dz}{z}$$ à appliquer directement

Pour s'en convaincre :

* écrire la différentielle $df = A\dfrac{y^\beta}{z^\gamma}\alpha x^{\alpha-1}dx + A\dfrac{x^\alpha}{z^\gamma}\beta y^{\beta-1}dy - Ax^\alpha y^\beta \dfrac{\gamma}{z^{\gamma+1}}dz$ puis diviser les deux membres par $f = A\dfrac{x^\alpha y^\beta}{z^\gamma}$,

* ou passer par $\ln f = \ln A + \alpha \ln x + \beta \ln y - \gamma \ln z$ et différentier (d'où le nom).

Application : la loi de Laplace $PV^\gamma = cste \quad \Rightarrow \quad \dfrac{dP}{P} + \gamma\dfrac{dV}{V} = 0$ directement.

■ Équation différentielle du premier ordre

$$\text{du type : } \tau\frac{dx}{dt} + x = x_0 \cos \omega t$$

L'équation étant linéaire, la solution générale est la superposition d'une solution générale de l'équation sans second membre (régime transitoire) et d'une solution particulière de l'équation générale (régime forcé).

– **Le régime transitoire** (ou libre en l'absence d'excitation $x_0 \cos \omega t$) est solution de $\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{x}{\tau}$ soit $x_t(t) = A\exp(-t/\tau)$; ce régime transitoire tend vers zéro.

– **Le régime forcé** (par l'excitation) est une solution particulière recherchée sous la forme d'une fonction de même pulsation ω, mais déphasée (retard φ), $x_f(t) = X\cos(\omega t - \varphi)$, soit en passant en notation complexe :

$$(i\omega\tau + 1)\underline{x} = x_0 \quad \Rightarrow \quad \underline{x} = X e^{-i\varphi} = \frac{x_0}{1+i\omega\tau} \quad \text{d'où} \quad X = \frac{x_0}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \quad \text{et} \quad \tan\varphi = \omega\tau$$

NB : La détermination des constantes d'intégration doit se faire sur la solution générale $x_t(t) + x_f(t)$!

■ Équation différentielle classique du second ordre

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ admet comme solution : $x(t) = a\cos\omega t + b\sin\omega t$ ou $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

$\ddot{x} - \omega^2 x = 0$ admet comme solution : $x(t) = a\,\mathrm{e}^{\omega t} + b\,\mathrm{e}^{-\omega t}$ ou $x(t) = A\,\mathrm{ch}\,\omega t + B\,\mathrm{sh}\,\omega t$

■ Équation différentielle du second ordre en régime forcé

$$\text{du type : } a\ddot{u} + b\dot{u} + cu = e\cos(\omega t) \quad \text{où} \quad \dot{u} = \frac{du}{dt} \quad \text{et} \quad \ddot{u} = \frac{d^2u}{dt^2}$$

Les coefficients a, b et c sont constants (et positifs pour un système physique).

Le régime forcé (par l'excitation $e\cos(\omega t)$ à la pulsation ω) est une solution particulière de l'équation, elle-même de pulsation ω, mais déphasée (retard φ) sur l'excitation :

$u(t) = U\cos(\omega t - \varphi)$, soit en passant obligatoirement en **notation complexe** :

$$(-a\omega^2 + bi\omega + c)\underline{u} = e \quad \Rightarrow \quad \underline{u} = U e^{-i\varphi} = \frac{e}{c - a\omega^2 + ib\omega}$$ d'où par module et argument :

$$U = \frac{e}{\sqrt{(c - a\omega^2)^2 + b^2\omega^2}}$$ et $\tan\varphi = \dfrac{b\omega}{c - a\omega^2}$ (à préciser par le signe de $\sin\varphi$)

■ Équation différentielle du second ordre à coefficients constants

du type : $a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = e\cos(\omega t)$ où $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$ et $\ddot{x} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$

L'équation étant linéaire, la solution générale est la superposition d'une solution générale de l'équation sans second membre (régime transitoire) et d'une solution particulière de l'équation générale (régime forcé).

– **Le régime libre** (car l'excitation $e\cos(\omega t)$ disparaît) est solution de $a\ddot{x} + b\dot{x} + c = 0$

L'équation caractéristique $ar^2 + br + c = 0$ avec en physique les trois constantes a, b et c positives, conduit à $S = -b/a \leq 0$ et $P = c/a \geq 0$ d'où les deux cas :

- si $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ (ce qui suppose un fort coefficient de frottement b), les deux racines sont <u>réelles négatives</u>, notées $-r_1$ et $-r_2$, d'où une solution en exponentielles décroissantes : $x(t) = A\exp(-r_1 t) + B\exp(-r_2 t)$ appelé régime transitoire (car il tend vers zéro) <u>apériodique</u>
- si $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ (ce qui suppose un faible coefficient de frottement b), les deux racines sont <u>complexes conjuguées à partie réelle négative</u>, notées $-r \pm i\Omega$, d'où une solution (somme des 2 exponentielles complexes) oscillatoire d'amplitude en exponentielle décroissante :

$$x(t) = \exp(-rt).(A\cos\Omega t + B\sin\Omega t) \quad \text{ou} \quad x(t) = \alpha\exp(-rt).\cos\left(\Omega t + \varphi\right)$$

ou $x(t) = \beta\exp(r_1 t) + \gamma\exp(r_2 t)$ (r_1 et r_2 racines complexes)

appelé régime transitoire <u>pseudopériodique</u>

À noter que dans tous les cas, le régime transitoire disparaît (tend vers zéro). Le régime critique est celui (un peu théorique) où $\Delta = 0$.

– **Le régime forcé** (par l'excitation) est solution particulière de $a\ddot{x} + b\dot{x} + c = e\cos(\omega t)$; elle se cherche sous la forme d'une fonction de même pulsation, mais déphasée (retard φ) : $x(t) = X\cos(\omega t - \varphi)$, soit en passant en notation complexe :

$$(-a\omega^2 + bi\omega + c)\underline{x} = e \quad \Rightarrow \quad \underline{x} = X e^{-i\varphi} = \frac{e}{c - a\omega^2 + ib\omega}$$ d'où X et $\tan\varphi$

NB : la détermination des constantes d'intégration doit se faire sur la solution générale !

Chapitre 1

■ Ondes mécaniques ■

Les ordres de grandeur utiles

La corde vibrante

fil souple de TP (en coton) masse linéique ; tension célérité	$\mu = 1$ g.m^{-1}; T = 1 N (masse de 100 g) $c = \sqrt{T/\mu} = 32$ m.s^{-1}
corde de piano (en acier) masse linéique ; tension célérité	$\mu = 6$ g.m^{-1}; T = 800 N (sous 80 kg) $c = \sqrt{T/\mu} = 365$ m.s^{-1}

Matériaux solides élastiques

métaux : masse volumique module d'Young célérité	$\rho \approx 2.10^3$ à 20.10^3 kg.m^{-3} $E \approx 0{,}7.10^{11}$ à 2.10^{11} Pa $c = \sqrt{E/\rho} \approx 3.10^3$ à 5.10^3 m.s^{-1}
non métaux : masse volumique module d'Young célérité	$\rho \approx 1.10^3$ à 2.10^3 kg.m^{-3} $E \approx 10^{10}$ Pa $c = \sqrt{E/\rho} \approx 3.10^3$ m.s^{-1}

Le câble coaxial (idéal)

capacité linéique	$C \approx 4{,}4.10^{-11}$ F.m^{-1}
inductance linéique	$L \approx 2{,}5.10^{-7}$ H.m^{-1}
résistance caractéristique	$R_c = \sqrt{L/C} = 75\ \Omega$
célérité des signaux électriques	$1/\sqrt{LC} = c = 3.10^8$ m.s^{-1}

Le cours d'abord

■ La corde vibrante

1. Quelles sont les hypothèses physiques faites sur la corde vibrante ?

2. Définir la tension $\vec{T}(x,t)$ en un point de la corde sans raideur et donner ses caractéristiques. Pourquoi un élément de corde est-il équivalent à un système masse-ressort ? Qu'est-ce qui joue le rôle de force de rappel (un dessin peut aider) ?