

Table des matières

1	Calcul dans \mathbb{R}	1
1.1	Classification des ensembles de nombres	1
1.2	Addition dans \mathbb{R}	7
1.3	Multiplication dans \mathbb{R}	9
1.4	Puissances d'un nombre réel	13
1.5	Propriétés de calcul sur les exposants	14
1.6	Racine carrée d'un réel positif	15
1.7	Propriétés de calcul sur les quotients	21
1.8	Exercices corrigés	24
2	Inégalités dans \mathbb{R}	39
2.1	Les définitions	39
2.2	Compatibilité de \leq avec l'addition dans \mathbb{R}	41
2.3	La relation d'ordre \leq	43
2.4	Inégalités et multiplication dans \mathbb{R}	43
2.5	Addition, multiplication membres à membres	47
2.6	Comparaison de deux carrés	48
2.7	Comparaison de deux racines carrées	50
2.8	Comparaison de deux inverses	51
2.9	Comparaison d'un nombre positif avec son carré et son cube	52
2.10	Intervalles de \mathbb{R}	53
2.11	Signe d'une fonction affine	55
2.12	Signe d'un produit-d'un quotient	57
2.13	Inéquations du second degré	59
2.14	Exercices corrigés	61

3	Arithmétique dans \mathbb{N}	73
3.1	La relation divise dans \mathbb{N}	74
3.2	La division euclidienne dans \mathbb{N}	75
3.3	Nombres premiers	78
3.4	Produit de facteurs premiers	81
3.5	Nombres premiers entre eux	84
3.6	Exercices corrigés	85
4	La géométrie du collège	97
4.1	Une preuve du théorème de Pythagore	98
4.2	Une preuve de la propriété de Thalès	98
4.3	Propriété du pied de la bissectrice	100
4.4	Loi des sinus	102
4.5	Une application de la formule des sinus	106
4.6	Une propriété de l'orthocentre d'un triangle	108
4.7	Une application de la loi des sinus	110
4.8	Comparaison de moyennes	113
4.9	Relations métriques dans un triangle	117
4.10	Aire d'un secteur angulaire	122
5	Fonctions numériques	125
5.1	Les Définitions	125
5.2	Représentation graphique d'une fonction	131
5.3	Résolutions graphiques	139
5.4	Propriétés qualitatives d'une fonction	142
5.5	Algorithme de résolution approchée d'une équation	150
5.6	Exercices corrigés	152
6	Étude de quelques fonctions	171
6.1	Fonction affine	171
6.2	Fonction polynôme du second degré	174
6.3	Fonction homographique	182
6.4	Complément : fonction valeur absolue	187
6.5	Exercices corrigés	200

7	Calcul vectoriel	243
7.1	Vecteur du plan - Égalité vectorielle	244
7.2	Addition vectorielle - Propriétés	248
7.3	Multiplication d'un réel par un vecteur	257
7.4	Milieu d'un segment - Symétrie centrale	261
7.5	Centre de gravité d'un triangle	268
7.6	Colinéarité de deux vecteurs	273
7.7	Alignement et parallélisme	276
7.8	Complément : homothétie	279
7.9	Exercices corrigés	282
8	Géométrie analytique	307
8.1	Géométrie analytique sur une droite	308
8.2	Géométrie analytique dans le plan	313
8.3	Règles de calculs sur les coordonnées	317
8.4	Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs	321
8.5	Géométrie analytique et orthogonalité	323
8.6	Exercices corrigés	330
9	Droite et géométrie analytique	355
9.1	Équations d'une droite	355
9.2	Parallélisme de deux droites	365
9.3	Droites orthogonales	367
9.4	Systèmes linéaires	370
9.5	Représentations paramétriques d'une droite	377
9.6	Régionnement du plan	378
9.7	Exercices corrigés	380
10	Trigonométrie	403
10.1	Le radian	404
10.2	Repérage sur le cercle trigonométrique	407
10.3	Cosinus et sinus d'un nombre réel	412
10.4	Fonction tangente	421
10.5	Équations trigonométriques	424
10.6	Fonctions trigonométriques	432
10.7	Fonctions périodiques	435
10.8	Exercices corrigés	437

11 Probabilités	463
11.1 Loi de probabilité - Probabilité d'un événement	463
11.2 Calculs de probabilités	468
11.3 Exercices corrigés	474
12 Géométrie dans l'espace	493
12.1 Les trois axiomes d'incidence	494
12.2 Positions relatives de droites et de plans	494
12.3 Parallélisme dans l'espace	499
12.4 Orthogonalité dans l'espace	506
12.5 Exercices corrigés	509
13 Annexe : Ensembles - Logique	531
13.1 Notions sur les ensembles	533
13.2 Opérations ensemblistes	537
13.3 Proposition-connecteurs logiques	540
13.4 Quantificateurs	548
13.5 Quelques méthodes usuelles de démonstration	551