

Table des matières

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Ensembles dénombrables | 1 |
| 1.1 | Dénombrabilité | 1 |
| 1.2 | Suite exhaustive de parties finies | 5 |
| 1.3 | Exemples de parties non dénombrables | 6 |
| 1.4 | Exercices | 9 |
| 1.5 | Solutions des exercices | 11 |
| 2 | Familles sommables | 15 |
| 2.1 | Familles positives | 15 |
| 2.1.1 | Définitions et propriétés | 15 |
| 2.1.2 | Sommation par paquets | 20 |
| 2.1.3 | Séries doubles | 23 |
| 2.2 | Familles sommables à valeurs complexes | 25 |
| 2.2.1 | Définition et propriétés | 25 |
| 2.2.2 | Sommation par paquets | 30 |
| 2.2.3 | Application aux séries | 31 |
| 2.2.4 | Suites doubles | 32 |
| 2.3 | Exercices | 36 |
| 2.4 | Solutions des exercices | 41 |
| 3 | Espace probabilisé | 59 |
| 3.1 | Modélisation d'une expérience aléatoire | 59 |
| 3.1.1 | Univers et événements | 59 |
| 3.1.2 | Tribu ou σ -algèbre | 61 |
| 3.1.3 | Opérations sur les événements | 62 |
| 3.1.4 | Systèmes complets d'événements | 63 |
| 3.2 | Probabilité | 64 |
| 3.2.1 | Définitions et propriétés | 64 |
| 3.2.2 | Modélisation d'une expérience aléatoire | 67 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.3 | Probabilité conditionnelle et indépendance | 73 |
| 3.3.1 | Probabilités conditionnelles | 73 |
| 3.3.2 | Indépendance d'événements | 80 |
| 3.4 | Exercices | 87 |
| 3.5 | Solution des exercices | 94 |
| 4 | Variables aléatoires discrètes | 117 |
| 4.1 | Définition et premières propriétés | 117 |
| 4.1.1 | Définitions | 117 |
| 4.1.2 | Lois usuelles | 123 |
| 4.2 | Couple de variables aléatoires | 130 |
| 4.2.1 | Définitions | 130 |
| 4.2.2 | Loi conjointe | 132 |
| 4.2.3 | Lois marginales | 135 |
| 4.2.4 | Lois conditionnelles | 136 |
| 4.2.5 | Relations entre les lois | 136 |
| 4.3 | Indépendance de variables aléatoires | 137 |
| 4.3.1 | Structure | 137 |
| 4.3.2 | Famille de variables aléatoires | 138 |
| 4.3.3 | Indépendance de deux variables aléatoires | 139 |
| 4.3.4 | Cas de n-variables aléatoires | 141 |
| 4.3.5 | Propriétés liées à l'indépendance | 143 |
| 4.3.6 | Suite de variables aléatoires indépendantes | 145 |
| 4.4 | Espérance | 146 |
| 4.4.1 | Définition | 146 |
| 4.4.2 | Propriétés de l'espérance | 151 |
| 4.5 | L'espace $\mathcal{L}_d^2(\Omega, \mathcal{B}, P)$ | 156 |
| 4.5.1 | Définitions et structures | 156 |
| 4.5.2 | Variance | 159 |
| 4.5.3 | Covariance | 163 |
| 4.5.4 | Variance de la somme | 167 |
| 4.6 | Fonctions génératrices | 168 |
| 4.7 | Inégalités et approximations | 175 |
| 4.8 | Exercices | 180 |
| 4.9 | Solution des exercices | 199 |
| 5 | Sujets de révisions | 261 |