

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|--|-----------|
| Avant-propos | 3 |
| Sommaire | 5 |
| | |
| Cours & Exercices corrigés | 7 |
| | |
| I Suites numériques | 9 |
| Introduction | 9 |
| 1 Suites numériques | 10 |
| 1.1 Définitions | 10 |
| 1.2 Suites définies explicitement en fonction de n : $u_n = f(n)$ | 11 |
| 1.3 Suites définies par une relation de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$ | 12 |
| 1.4 Suites arithmétiques | 13 |
| 1.5 Suites géométriques | 13 |
| 2 Raisonnement par récurrence | 14 |
| 2.1 Principe de récurrence | 14 |
| 2.2 Démonstrations par récurrence | 14 |
| 3 Limite d'une suite : définition | 15 |
| 4 Théorèmes & calculs de limites | 17 |
| 4.1 Limites de référence | 17 |
| 4.2 Opérations sur les limites | 17 |
| 4.3 Théorèmes de comparaison | 18 |
| 4.4 Cas des suites géométriques | 19 |
| 4.5 Cas des suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$ | 20 |
| Suites, calculatrice & algorithmes | 22 |
| Exercices | 23 |
| Corrigé des exercices | 28 |
| | |
| II Limites des fonctions numériques | 39 |
| Introduction | 39 |
| 1 Limites en l'infini | 40 |
| 1.1 Limite infinie en l'infini | 40 |
| 1.2 Limite finie en l'infini | 42 |
| 1.3 Asymptotes horizontales | 43 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 2.1.4 | Limites des suites du type $u_n = f(n)$ | 43 |
| 2.2 | Limites en un réel | 44 |
| 2.2.1 | Limite infinie en un réel – Asymptotes verticales | 44 |
| 2.2.2 | Limite finie en un réel | 45 |
| 2.2.3 | Limite à gauche et limite à droite | 46 |
| 2.2.4 | Limites de référence | 46 |
| 2.3 | Opérations sur les limites | 47 |
| 2.4 | Limites et comparaison | 49 |
| 2.5 | Limites et composition | 51 |
| Exercices | Exercices | 52 |
| | Corrigé des exercices | 56 |
| III | Droites, plans et vecteurs de l'espace | 65 |
| | Introduction | 65 |
| 1 | Droites & Plans de l'espace | 66 |
| 1.1 | Positions relatives de droites et de plans | 66 |
| 1.2 | Parallélisme dans l'espace | 67 |
| 1.3 | Orthogonalité dans l'espace | 69 |
| 2 | Vecteurs de l'espace | 70 |
| 2.1 | Définition et opérations | 70 |
| 2.2 | Vecteurs et droites | 71 |
| 2.3 | Vecteurs et plans | 71 |
| 3 | Repérages de l'espace | 73 |
| 3.1 | Repères cartésiens de l'espace | 73 |
| 3.2 | Coordonnées et calculs | 74 |
| 4 | Représentations paramétriques | 75 |
| 4.1 | Paramétrage d'une droite | 75 |
| 4.2 | Paramétrage d'un plan | 75 |
| Exercices | Exercices | 76 |
| | Corrigé des exercices | 81 |
| IV | Continuité & Dérivation | 89 |
| 1 | Continuité d'une fonction numérique | 89 |
| 1.1 | Définition | 90 |
| 1.2 | Continuité des fonctions usuelles | 91 |
| 1.3 | Continuité et suites récurrentes | 92 |
| 2 | Continuité et équations | 92 |
| 2.1 | Théorème des valeurs intermédiaires | 92 |
| 2.2 | Cas de la stricte monotonie | 94 |
| 2.3 | Applications diverses | 94 |
| 2.3.1 | Approcher une solution par dichotomie | 94 |
| 2.3.2 | Intervalle image | 95 |
| 2.3.3 | Zéro d'une fonction continue | 95 |
| 2.3.4 | Un « petit » théorème de point fixe | 95 |
| 3 | Dérivation des fonctions numériques | 96 |
| 3.1 | Rappels | 96 |
| 3.2 | Dérivée de u^n | 97 |
| 3.3 | Dérivée de \sqrt{u} | 98 |

| | | |
|--------------|--|------------|
| 3.4 | Dérivée et composition | 99 |
| 4 | Étude de fonction | 99 |
| Exercices | | 100 |
| | Corrigé des exercices | 105 |
| V | Fonction Exponentielle | 117 |
| Introduction | | 117 |
| 1 | La fonction exponentielle | 118 |
| 1.1 | Théorème fondamental | 118 |
| 1.2 | Définition et premières propriétés | 119 |
| 2 | Propriétés algébriques de l'exponentielle | 119 |
| 3 | Étude de la fonction exponentielle | 120 |
| 3.1 | Signe et variations de la fonction exponentielle | 120 |
| 3.2 | Limites en l'infini de la fonction exponentielle | 121 |
| 3.3 | Graphe de la fonction exponentielle | 121 |
| 3.4 | Croissance exponentielle | 122 |
| 3.5 | Fonction exponentielle et dérivation | 123 |
| Exercices | | 125 |
| | Corrigé des exercices | 130 |
| VI | Probabilités conditionnelles | 139 |
| Introduction | | 139 |
| 1 | Probabilité conditionnelle | 141 |
| 1.1 | Définition | 141 |
| 1.2 | Formule des probabilités totales | 141 |
| 1.3 | Arbre de probabilité | 142 |
| 2 | Indépendance | 143 |
| 2.1 | Définition | 143 |
| 2.2 | Indépendance des événements contraires | 143 |
| 3 | Schéma de Bernoulli : rappels | 143 |
| Exercices | | 145 |
| | Corrigé des exercices | 151 |
| VII | Fonctions trigonométriques | 159 |
| Introduction | | 159 |
| 1 | Cosinus et sinus d'un nombre réel | 160 |
| 1.1 | Définitions et propriétés | 160 |
| 1.2 | Lignes trigonométriques | 161 |
| 2 | Étude des fonctions trigonométriques | 163 |
| 2.1 | Parité et périodicité | 163 |
| 2.2 | Dérivées et variations | 163 |
| 2.3 | Représentations graphiques | 164 |
| 3 | Compléments | 165 |
| 3.1 | Dérivation | 165 |
| 3.2 | Tangente | 165 |
| Exercices | | 167 |
| | Corrigé des exercices | 170 |

| | |
|--|------------|
| VIII Logarithme népérien | 175 |
| 1 Le logarithme népérien | 175 |
| 2 Propriétés algébriques du logarithme népérien | 176 |
| 3 La fonction logarithme népérien | 177 |
| 3.1 Étude de la fonction logarithme népérien | 177 |
| 3.2 Croissance logarithmique | 180 |
| 3.3 Dérivée de $\ln(u)$ | 180 |
| 4 Autour du logarithme | 181 |
| 4.1 Fonction puissance | 181 |
| 4.2 Logarithme décimal | 181 |
| Exercices | 182 |
| Corrigé des exercices | 187 |
| IX Nombres complexes | 195 |
| Introduction | 196 |
| Une démarche « naturelle » | 196 |
| Bref historique | 196 |
| Utilité et légitimité des nombres complexes | 196 |
| 1 Forme algébrique d'un nombre complexe | 197 |
| 1.1 Premières définitions | 197 |
| 1.2 Calculs dans \mathbb{C} | 198 |
| 2 Conjugué d'un nombre complexe | 199 |
| 2.1 Définition | 199 |
| 2.2 Conjugué et opérations | 200 |
| 3 Équation du second degré à coefficients réels | 200 |
| 4 Représentation géométrique d'un nombre complexe | 201 |
| 5 Forme trigonométrique d'un nombre complexe | 203 |
| 5.1 Module et argument d'un nombre complexe | 203 |
| 5.2 Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul | 204 |
| 5.3 Limites complexes | 205 |
| 6 Notation exponentielle d'un nombre complexe | 205 |
| 6.1 Définitions | 205 |
| 6.2 Notation exponentielle et opérations | 206 |
| 6.3 Exponentielle complexe | 207 |
| 6.4 Équation du second degré à coefficients complexes | 207 |
| 7 Quelques propriétés géométriques | 207 |
| 8 L'essentiel | 208 |
| Exercices | 210 |
| Corrigé des exercices | 217 |
| X Intégration & Primitives | 225 |
| Introduction | 226 |
| Activité | 226 |
| 1 Notion d'intégrale | 229 |
| 1.1 Intégrale d'une fonction continue et positive | 229 |
| 1.2 Dérivabilité de l'intégrale | 230 |
| 2 Primitives d'une fonction continue | 231 |
| 2.1 Définition et première propriété | 231 |

| | | |
|---|--|------------|
| 2.2 | Théorème d'existence de primitives | 232 |
| 2.3 | Propriétés | 232 |
| 2.4 | Calculs de primitives | 233 |
| 3 | Intégrale d'une fonction continue | 235 |
| 3.1 | Généralisation aux fonctions continues | 235 |
| 3.2 | Propriétés linéaires de l'intégration | 236 |
| 3.3 | Relation de Chasles | 236 |
| 3.4 | Intégrale et aire | 237 |
| 3.5 | Intégrale et relation d'ordre | 239 |
| 3.6 | Intégration par parties | 240 |
| 4 | Valeur moyenne d'une fonction continue | 240 |
| 4.1 | Valeur moyenne | 240 |
| 4.2 | Inégalité de la moyenne | 241 |
| | Pour aller plus loin | 242 |
| | Exercices | 245 |
| | Corrigé des exercices | 250 |
| XI Lois à densité | | 261 |
| | Introduction | 261 |
| | Historique | 262 |
| 1 | Lois de probabilité à densité | 262 |
| 1.1 | Variable aléatoire suivant une loi à densité | 263 |
| 1.2 | Espérance d'une variable aléatoire de loi à densité | 264 |
| 2 | Loi uniforme | 264 |
| 2.1 | Modèle : tirage au hasard dans un intervalle borné | 264 |
| 2.2 | Définition et propriétés | 265 |
| 3 | Lois exponentielles | 266 |
| 3.1 | Modèle : durée de vie sans vieillissement | 266 |
| 3.2 | Loi exponentielle de paramètre λ | 267 |
| | Exercices | 269 |
| | Corrigé des exercices | 274 |
| XII Produit scalaire dans l'espace | | 279 |
| | Introduction | 279 |
| 1 | Produit scalaire dans l'espace | 280 |
| 1.1 | Définition et expressions équivalentes du produit scalaire | 280 |
| 1.2 | Propriétés algébriques du produit scalaire | 281 |
| 2 | Orthogonalité dans l'espace | 281 |
| 2.1 | Vecteurs orthogonaux | 281 |
| 2.2 | Vecteur normal à un plan | 281 |
| 2.3 | Projections orthogonales sur un plan | 283 |
| 2.4 | Plans parallèles, plans perpendiculaires | 284 |
| 2.5 | Équations cartésiennes d'un plan | 284 |
| | Exercices | 286 |
| | Corrigé des exercices | 289 |

| | |
|---|------------|
| XIII Lois normales | 293 |
| Introduction | 293 |
| 1 Loi normale centrée réduite | 295 |
| 1.1 Densité de Laplace-Gauss | 295 |
| 1.2 Calculs de probabilités | 296 |
| 1.3 Espérance et variance | 298 |
| 1.4 Intervalle centré en 0 de probabilité donnée | 298 |
| 1.5 Calculatrice | 299 |
| 2 Lois normales générales | 300 |
| 2.1 Lois normales $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ | 300 |
| 2.2 Intervalles centrés sur l'espérance | 301 |
| 3 Approximation normale d'une loi binomiale | 302 |
| 3.1 Schéma de Bernoulli & Loi binomiale : rappels | 302 |
| 3.2 Théorème de Moivre-Laplace | 302 |
| Exercices | 305 |
| Corrigé des exercices | 307 |
| XIV Statistiques : Échantillonnage & Estimation | 311 |
| Introduction | 312 |
| 1 Fréquence de succès | 313 |
| 2 Intervalles de fluctuation asymptotique | 314 |
| 2.1 Intervalles de fluctuation asymptotique | 314 |
| 2.2 Prise de décision | 315 |
| 3 Intervalles de confiance | 316 |
| Exercices | 318 |
| Corrigé des exercices | 322 |
| Devoirs corrigés | 325 |
| 1 Suites de Bac | 327 |
| Corrigé | 329 |
| 2 No limit | 331 |
| Corrigé | 332 |
| 3 Space Oddity | 335 |
| Corrigé | 336 |
| 4 À la dérive | 337 |
| Corrigé | 339 |
| 5 Expo universelle | 343 |
| Corrigé | 345 |
| 6 Apapou ? | 347 |
| Corrigé | 348 |

| | | |
|---------------|--|------------|
| 7 | Improbables petits pois | 351 |
| | Corrigé | 352 |
| 8 | Trigonométrie de l'espace | 355 |
| | Corrigé | 357 |
| 9 | Être ou ne pas être | 359 |
| | Corrigé | 360 |
| 10 | Ouï, vidi, compris | 363 |
| | Corrigé | 364 |
| 11 | Hi Hi Hi ! | 365 |
| | Corrigé | 366 |
| 12 | Des intégrations | 369 |
| | Corrigé | 370 |
| 13 | Allez, dense ! | 373 |
| | Corrigé | 375 |
| 14 | Le silence éternel de ces espaces infinis | 377 |
| | Corrigé | 379 |
| 15 | La crème de la crème | 381 |
| | Corrigé | 383 |
| 16 | Probable hilarité | 385 |
| | Corrigé | 387 |
| 17 | Grande musique et chantillonnage | 391 |
| | Corrigé | 393 |
| Extras | | 395 |
| A | En toute logique | 397 |
| 1 | Diagrammes de Venn | 397 |
| 2 | Ensembles | 401 |
| 3 | Logique | 402 |
| 3.1 | Propositions | 402 |
| 3.2 | Implication | 403 |
| 3.3 | Équivalence | 404 |
| 3.4 | Exercices | 404 |
| 4 | Solutions | 406 |
| B | Faute de preuves | 409 |
| C | Poursuites | 417 |

| | | |
|----------------|---|------------|
| D | De la petite à la grande section | 427 |
| E | Équations fonctionnelles | 431 |
| F | Algo à gogo | 437 |
| G | Éternelle exponentielle | 449 |
| H | U lisse | 451 |
| Annexes | | 453 |
| | Démonstrations exigibles | 455 |
| | If | 463 |
| | Notations & Abréviations | 465 |
| | Bibliographie & Références | 467 |
| | Remerciements | 471 |