

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	3
Sommaire	5
Cours & Exercices corrigés	7
I Suites numériques	9
Introduction	9
1 Suites numériques	10
1.1 Définitions	10
1.2 Suites définies explicitement en fonction de n : $u_n = f(n)$. . .	11
1.3 Suites définies par une relation de récurrence : $u_{n+1} = f(u_n)$.	12
1.4 Suites arithmétiques	13
1.5 Suites géométriques	13
2 Raisonnement par récurrence	14
2.1 Principe de récurrence	14
2.2 Démonstrations par récurrence	14
3 Limite d'une suite : définition	15
4 Théorèmes & calculs de limites	17
4.1 Limites de référence	17
4.2 Opérations sur les limites	17
4.3 Théorèmes de comparaison	18
4.4 Cas des suites géométriques	19
4.5 Cas des suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$	20
Suites, calculatrice & algorithmes	22
Exercices	23
Corrigé des exercices	28
II Limites des fonctions numériques	39
Introduction	39
1 Limites en l'infini	40
1.1 Limite infinie en l'infini	40
1.2 Limite finie en l'infini	42
1.3 Asymptotes horizontales	43

1.4	Limites des suites du type $u_n = f(n)$	43
2	Limites en un réel	44
2.1	Limite infinie en un réel – Asymptotes verticales	44
2.2	Limite finie en un réel	45
2.3	Limite à gauche et limite à droite	46
2.4	Limites de référence	46
3	Opérations sur les limites	47
4	Limites et comparaison	49
5	Limites et composition	51
	Exercices	52
	Corrigé des exercices	56
III	Droites, plans et vecteurs de l'espace	65
	Introduction	65
1	Droites & Plans de l'espace	66
1.1	Positions relatives de droites et de plans	66
1.2	Parallélisme dans l'espace	67
1.3	Orthogonalité dans l'espace	69
2	Vecteurs de l'espace	70
2.1	Définition et opérations	70
2.2	Vecteurs et droites	71
2.3	Vecteurs et plans	71
3	Repérages de l'espace	73
3.1	Repères cartésiens de l'espace	73
3.2	Coordonnées et calculs	74
4	Représentations paramétriques	75
4.1	Paramétrage d'une droite	75
4.2	Paramétrage d'un plan	75
	Exercices	76
	Corrigé des exercices	81
IV	Continuité & Dérivation	89
1	Continuité d'une fonction numérique	89
1.1	Définition	90
1.2	Continuité des fonctions usuelles	91
1.3	Continuité et suites récurrentes	92
2	Continuité et équations	92
2.1	Théorème des valeurs intermédiaires	92
2.2	Cas de la stricte monotonie	94
2.3	Applications diverses	94
2.3.1	Approcher une solution par dichotomie	94
2.3.2	Intervalle image	95
2.3.3	Zéro d'une fonction continue	95
2.3.4	Un « petit » théorème de point fixe	95
3	Dérivation des fonctions numériques	96
3.1	Rappels	96
3.2	Dérivée de u^n	97
3.3	Dérivée de \sqrt{u}	98

3.4	Dérivée et composition	99
4	Étude de fonction	99
	Exercices	100
	Corrigé des exercices	105
V	Fonction Exponentielle	117
	Introduction	117
1	La fonction exponentielle	118
1.1	Théorème fondamental	118
1.2	Définition et premières propriétés	119
2	Propriétés algébriques de l'exponentielle	119
3	Étude de la fonction exponentielle	120
3.1	Signe et variations de la fonction exponentielle	120
3.2	Limites en l'infini de la fonction exponentielle	121
3.3	Graphes de la fonction exponentielle	121
3.4	Croissance exponentielle	122
3.5	Fonction exponentielle et dérivation	123
	Exercices	125
	Corrigé des exercices	130
VI	Probabilités conditionnelles	139
	Introduction	139
1	Probabilité conditionnelle	141
1.1	Définition	141
1.2	Formule des probabilités totales	141
1.3	Arbre de probabilité	142
2	Indépendance	143
2.1	Définition	143
2.2	Indépendance des événements contraires	143
3	Schéma de Bernoulli : rappels	143
	Exercices	145
	Corrigé des exercices	151
VII	Fonctions trigonométriques	159
	Introduction	159
1	Cosinus et sinus d'un nombre réel	160
1.1	Définitions et propriétés	160
1.2	Lignes trigonométriques	161
2	Étude des fonctions trigonométriques	163
2.1	Parité et périodicité	163
2.2	Dérivées et variations	163
2.3	Représentations graphiques	164
3	Compléments	165
3.1	Dérivation	165
3.2	Tangente	165
	Exercices	167
	Corrigé des exercices	170

VIII	Logarithme népérien	175
1	Le logarithme népérien	175
2	Propriétés algébriques du logarithme népérien	176
3	La fonction logarithme népérien	177
3.1	Étude de la fonction logarithme népérien	177
3.2	Croissance logarithmique	180
3.3	Dérivée de $\ln(u)$	180
4	Autour du logarithme	181
4.1	Fonction puissance	181
4.2	Logarithme décimal	181
	Exercices	182
	Corrigé des exercices	187
IX	Nombres complexes	195
	Introduction	196
	Une démarche « naturelle »	196
	Bref historique	196
	Utilité et légitimité des nombres complexes	196
1	Forme algébrique d'un nombre complexe	197
1.1	Premières définitions	197
1.2	Calculs dans \mathbb{C}	198
2	Conjugué d'un nombre complexe	199
2.1	Définition	199
2.2	Conjugué et opérations	200
3	Équation du second degré à coefficients réels	200
4	Représentation géométrique d'un nombre complexe	201
5	Forme trigonométrique d'un nombre complexe	203
5.1	Module et argument d'un nombre complexe	203
5.2	Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul	204
5.3	Limites complexes	205
6	Notation exponentielle d'un nombre complexe	205
6.1	Définitions	205
6.2	Notation exponentielle et opérations	206
6.3	Exponentielle complexe	207
6.4	Équation du second degré à coefficients complexes	207
7	Quelques propriétés géométriques	207
8	L'essentiel	208
	Exercices	210
	Corrigé des exercices	217
X	Intégration & Primitives	225
	Introduction	226
	Activité	226
1	Notion d'intégrale	229
1.1	Intégrale d'une fonction continue et positive	229
1.2	Dérivabilité de l'intégrale	230
2	Primitives d'une fonction continue	231
2.1	Définition et première propriété	231

2.2	Théorème d'existence de primitives	232
2.3	Propriétés	232
2.4	Calculs de primitives	233
3	Intégrale d'une fonction continue	235
3.1	Généralisation aux fonctions continues	235
3.2	Propriétés linéaires de l'intégration	236
3.3	Relation de Chasles	236
3.4	Intégrale et aire	237
3.5	Intégrale et relation d'ordre	239
3.6	Intégration par parties	240
4	Valeur moyenne d'une fonction continue	240
4.1	Valeur moyenne	240
4.2	Inégalité de la moyenne	241
	Pour aller plus loin	242
	Exercices	245
	Corrigé des exercices	250
XI	Lois à densité	261
	Introduction	261
	Historique	262
1	Lois de probabilité à densité	262
1.1	Variable aléatoire suivant une loi à densité	263
1.2	Espérance d'une variable aléatoire de loi à densité	264
2	Loi uniforme	264
2.1	Modèle : tirage au hasard dans un intervalle borné	264
2.2	Définition et propriétés	265
3	Lois exponentielles	266
3.1	Modèle : durée de vie sans vieillissement	266
3.2	Loi exponentielle de paramètre λ	267
	Exercices	269
	Corrigé des exercices	274
XII	Produit scalaire dans l'espace	279
	Introduction	279
1	Produit scalaire dans l'espace	280
1.1	Définition et expressions équivalentes du produit scalaire	280
1.2	Propriétés algébriques du produit scalaire	281
2	Orthogonalité dans l'espace	281
2.1	Vecteurs orthogonaux	281
2.2	Vecteur normal à un plan	281
2.3	Projections orthogonales sur un plan	283
2.4	Plans parallèles, plans perpendiculaires	284
2.5	Équations cartésiennes d'un plan	284
	Exercices	286
	Corrigé des exercices	289

XIII Lois normales	293
Introduction	293
1 Loi normale centrée réduite	295
1.1 Densité de Laplace-Gauss	295
1.2 Calculs de probabilités	296
1.3 Espérance et variance	298
1.4 Intervalle centré en 0 de probabilité donnée	298
1.5 Calculatrice	299
2 Lois normales générales	300
2.1 Lois normales $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$	300
2.2 Intervalles centrés sur l'espérance	301
3 Approximation normale d'une loi binomiale	302
3.1 Schéma de Bernoulli & Loi binomiale : rappels	302
3.2 Théorème de Moivre-Laplace	302
Exercices	305
Corrigé des exercices	307
XIV Statistiques : Échantillonnage & Estimation	311
Introduction	312
1 Fréquence de succès	313
2 Intervalles de fluctuation asymptotique	314
2.1 Intervalles de fluctuation asymptotique	314
2.2 Prise de décision	315
3 Intervalles de confiance	316
Exercices	318
Corrigé des exercices	322
Devoirs corrigés	325
1 Suites de Bac	327
Corrigé	329
2 No limit	331
Corrigé	332
3 Space Oddity	335
Corrigé	336
4 À la dérive	337
Corrigé	339
5 Expo universelle	343
Corrigé	345
6 Apapou ?	347
Corrigé	348

7	Improbables petits pois	351
	Corrigé	352
8	Trigonométrie de l'espace	355
	Corrigé	357
9	Être ou ne pas être	359
	Corrigé	360
10	Ouï, vidi, compris	363
	Corrigé	364
11	Hi Hi Hi !	365
	Corrigé	366
12	Des intégrations	369
	Corrigé	370
13	Allez, dense !	373
	Corrigé	375
14	Le silence éternel de ces espaces infinis	377
	Corrigé	379
15	La crème de la crème	381
	Corrigé	383
16	Probable hilarité	385
	Corrigé	387
17	Grande musique et chantillonnage	391
	Corrigé	393
	Extras	395
A	En toute logique	397
1	Diagrammes de Venn	397
2	Ensembles	401
3	Logique	402
3.1	Propositions	402
3.2	Implication	403
3.3	Équivalence	404
3.4	Exercices	404
4	Solutions	406
B	Faute de preuves	409
C	Poursuites	417

D	De la petite à la grande section	427
E	Équations fonctionnelles	431
F	Algo à gogo	437
G	Éternelle exponentielle	449
H	U lisse	451
 Annexes		 453
	Démonstrations exigibles	455
	If	463
	Notations & Abréviations	465
	Bibliographie & Références	467
	Remerciements	471