Analyse mathématique
Premiers pas

Cours et exercices corrigés

SABIN LESSARD

ELLIPSES 2016

Errata en date du 24 octobre 2022

p. 10

(g) (différence de deux entiers naturels) Pour tous entiers $m, n \in \mathbb{N}$ qui satisfont $m > n$, on a $m - n \in \mathbb{N}$. En effet, l'affirmation est vraie pour $n = 1$, car le sous-ensemble d'entiers naturels

$$E = \{k + 1 : k \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$$

contient 1, et aussi $m + 1$ s'il contient m, d'où $E = \mathbb{N}$. Donc, si $m > 1$ avec $m \in \mathbb{N}$, alors $m = k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $m - 1 = k \in \mathbb{N}$. De plus, si l'affirmation est vraie pour un certain $n \in \mathbb{N}$ et $m > n + 1$ avec $m \in \mathbb{N}$, alors $m - n > 1$ avec $m - n \in \mathbb{N}$, d'où

$$m - (n + 1) = (m - n) - 1 \in \mathbb{N},$$

ce qui signifie que l'affirmation est vraie pour $n + 1$.

p. 12

$$\lfloor x \rfloor = \begin{cases} -\lfloor -x \rfloor - 1 & \text{si } \; -x \notin \mathbb{N}, \\ -\lfloor -x \rfloor & \text{si } \; -x \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

p. 13

$$E = \{n_i \in \mathbb{N} : n_i < n_{i+1}, i = 1, \ldots, N\},$$

p. 13

$N = \max\{i \in \mathbb{N} : n_i \in E\}$

p. 16

$$N_q = \inf \left\{ f(m,n) \in \mathbb{N} : \frac{m}{n} = q \text{ avec } m,n \in \mathbb{N} \right\}.$$

$$N_q = f(m_q, n_q) \in \mathbb{N}.$$

$$\left\{ N_q \in \mathbb{N} : q \in \mathbb{Q}^+ \right\} = \left\{ N_{q_i} \in \mathbb{N} : N_{q_i} < N_{q_{i+1}}, i \in \mathbb{N} \right\}.$$

p. 27

On recouvre C à l'aide de deux sous-ensembles A et B distincts contenant tous deux n chevaux.

p. 27

De plus, puisque $A \cap B \neq \varnothing$, les chevaux de A et les chevaux de B doivent être de la même couleur.

p. 29

$$-\max\{|m|,|M|\} \leqslant -|m| \leqslant m \leqslant x_n \leqslant M \leqslant |M| \leqslant \max\{|m|,|M|\},$$

p. 43

La conclusion s'ensuit, car sinon il suffit de prendre $\epsilon > 0$ suffisamment petit pour obtenir une contradiction.

p. 53

$$S_{2n} = \sum_{k=0}^{2n} \cos(k\pi), \quad S_{2n+1} = \sum_{k=0}^{2n+1} \cos(k\pi)$$

p. 56

$$2S_{2^n} = \sum_{l=1}^{2^n} 2a_l = a_1 + \sum_{k=0}^{n-1} \left(a_{2^k} + 2a_{2^k+1} + \cdots + 2a_{2^{k+1}-1} + a_{2^{k+1}}\right) + a_{2^n}$$

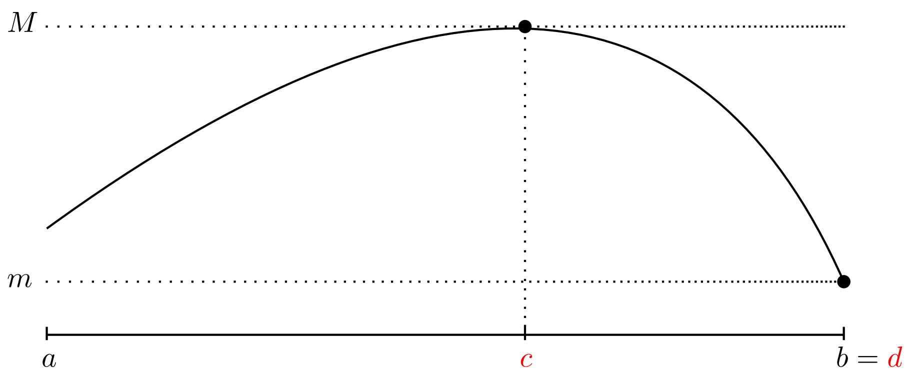
p. 56

Voici maintenant quelques exemples de séries pour lesquels les critères de convergence ci-dessus peuvent s'appliquer ou non :

p. 60

$$c_n \geqslant 2 + \sum_{i=2}^{k} \frac{1}{i!}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{i-1}{n}\right),$$

p. 88



p. 88

En fait, on a $x \in [a, b]$, car $a \leqslant x_{n_k} \leqslant b$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

p. 88

La propriété de Bolzano-Weierstrass et la continuité de f

p. 141

c_3 et h_3 partout dans la figure 20.

p. 143

À remarquer que π ne dépend par de r, car p_n/r ne dépend pas de r.

p. 146

$$\inf(-E) = -\sup E, \quad \sup(-E) = -\inf E.$$

p. 163

$$\leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

p. 169

$$x + x^3 + x^5 + \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n+1} = x \sum_{n=0}^{+\infty} (x^2)^n,$$

p. 188

$$\cos^{(2k)}(0) = (-1)^k \cos(0) = (-1)^k.$$

p. 189

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} t_i \left(\frac{x_i}{y_i}\right)^p\right) \leqslant \sum_{i=1}^{n} t_i f\left(\left(\frac{x_i}{y_i}\right)^p\right),$$