

# Les techniques des marchés financiers

## Corrigés des exercices supplémentaires

---

Exercice 1 : le suivi d'une position de change.....	2
Exercice 2 : les titres de taux .....	3
Exercice 3 : mathématiques et statistiques .....	5
Exercice 4 : change à terme et swaps de change .....	7
Exercice 5 : le risque de taux et les opérations de Repo .....	11
Exercice 6 : swaps et FRA.....	13
Exercice 7 : contrats futures sur indice actions et taux.....	16
Exercice 8 : les stratégies d'options .....	18
Exercice 9 : la couverture en delta sur les options de change .....	22
Exercice10 : questions diverses .....	24

## Exercice 1 : le suivi d'une position de change

1. Il devra déboucler sa position au prix de 1,2222 ; en effet ses flux seront alors les suivants :

EUR		USD
+5 000 000	Achat de 5 millions d'EUR/USD à 1,2422	-6 211 000
-5 000 000	Vente de 5 millions d'EUR/USD à 1,2222 (opération simulée)	+6 111 000
0	Solde (simulé)	-100 000

2. a. Il a gagné 5 pips sur les 5 premiers millions, il peut donc se permettre de racheter plus cher (5 pips au-dessus) les 5 millions suivants : son point mort est situé 5 pips au-dessus de 1,2427, soit à 1,2432.
- b. Il est en position short de 5 millions d'EUR/USD, son risque est une hausse de l'EUR/USD, le prix auquel il devra sortir de sa position est donc situé au-dessus de son point mort.
- c. Comme dans la première question, il est en position de 5 millions d'EUR/USD, le prix auquel il doit sortir de sa position est donc aussi situé à 200 pips de son point mort (mais au-dessus), c'est donc 1,2632.
3. a. Il est maintenant long de 10 millions d'EUR/USD. Il était short de 5 millions à 1,2432 et il les a rachetés à 1,2424, il a gagné 8 pips sur 5 millions, il peut se permettre d'en perdre 4 sur les 10 millions qu'il a maintenant en position. Son point mort est donc de 1,2420. Avec une position de 10 millions son prix stop loss doit être situé à 100 pips de son point mort et au-dessous puisqu'il est en position longue (soit 1,2320).
- b. Ses flux seront les suivants :

EUR		USD
+5 000 000	Achat de 5 millions d'EUR/USD à 1,2422	-6 211 000
-10 000 000	Vente de 10 millions d'EUR/USD à 1,2427	+12 427 000
+15 000 000	Achat de 15 millions d'EUR/USD à 1,2424	-18 636 000
<b>+10 000 000</b>	<b>Solde</b>	<b>-12 420 000</b>
-10 000 000	Vente de 10 millions d'EUR/USD à 1,2320 (opération simulée)	+12 320 000
0	Solde (simulé)	-100 000

$$\text{Point mort} = \frac{12\ 420\ 000}{10\ 000\ 000} = 1,2420$$

$$\text{Prix stop loss} = \frac{12\ 320\ 000}{10\ 000\ 000} = 1,2320$$

## Exercice 2 : les titres de taux

1. a. Le SVT sera servi à 100% sur la demande de 50 millions d'EUR qu'il a faite à -0,010 % et sera servi à 80% sur la demande de 60 millions qu'il a faite à -0,005 %, il aura donc acheté un montant nominal de :

$$\text{Montant nominal acheté} = 50 + (80\% \times 60) = 98 \text{ millions}$$

- b. Il aura gagné 0,5 BP (Basis Point) sur les 50 millions et 1 BP sur les 48 millions. Le taux étant exprimé en annuel alors que la période est d'environ 1/4 d'année, le gain sera approximativement de :

$$\left(0,005\% \times 50\ 000\ 000 \times \frac{1}{4}\right) + \left(0,010\% \times 48\ 000\ 000 \times \frac{1}{4}\right) = 1\ 825 \text{ EUR}$$

- c. Le montant payé à l'AFT sera de :

$$\begin{aligned} \text{Montant payé à l'AFT} &= \frac{50\ 000\ 000}{\left(1 + \frac{-0,010\% \times 84}{360}\right)} + \frac{48\ 000\ 000}{\left(1 + \frac{-0,005\% \times 84}{360}\right)} \\ &= 50\ 001\ 166,69 + 48\ 000\ 560,01 = 98\ 001\ 726,70 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$\text{Montant de la vente} = \frac{98\ 000\ 000}{\left(1 + \frac{-0,015\% \times 84}{360}\right)} = 98\ 003\ 430,12 \text{ EUR}$$

Soit un gain de 1 703,42 EUR

2. a. Le nombre de jours du 25/11/2014 au 17/12/2014 est de 22 et le nombre de jours total sur lequel porte le prochain coupon est de 365, soit un coupon couru de :

$$\text{Coupon couru} = \frac{22}{365} \times 1,75\% = 0,1054795\%$$

- b. Le montant payé en EUR sera donc :

$$\text{Montant payé} = 10\ 000\ 000 \times (108,28\% + 0,1054795\%) = 10\ 838\ 547,95 \text{ EUR}$$

- c. Le taux actuariel  $i$  doit être tel que la somme des valeurs actuelles des flux payés soit égale à la somme des valeurs actuelles des flux reçus. On peut l'écrire en se situant à la date de paiement du premier flux, soit le 17/12/2014, mais elle est plus simple si on l'écrit en se situant à la date du 25/11/2014 :

**Equation du taux actuariel en se situant à la date du 17/12/2014 :**

$$108,28 \% + 0,1054795 \% = \frac{1,75\%}{(1+i)^{\frac{343}{365}}} + \frac{1,75\%}{(1+i)^{1+\frac{343}{365}}} + \dots + \frac{101,75\%}{(1+i)^{9+\frac{343}{365}}}$$

**Equation du taux actuariel en se situant à la date du 25/11/2014 :**

$$\frac{108,28 \% + 0,1054795 \%}{(1+i)^{\frac{22}{365}}} = \frac{1,75\%}{(1+i)} + \frac{1,75\%}{(1+i)^2} + \dots + \frac{101,75\%}{(1+i)^{10}}$$

Excel français	Excel anglais	
Liquidation	Settlement	17/12/2014
Echéance	Maturity	25/11/2024
Taux	Rate	1,75 %
Valeur nominale	Par	108,28
Valeur de rachat	Redemption	100
Fréquence	Frequency	1
Base	Basis	1
<b>Rendement titre</b>	<b>Yield</b>	<b>0,876 %</b>

### Exercice 3 : mathématiques et statistiques

1. Calcul des dérivées :

$$f(x) = (1 + 2x)^{-3}$$

$$f'(x) = -3 \times (1 + 2x)^{-4} \times 2 = -6 \times (1 + 2x)^{-4}$$

$$f''(x) = 24 \times (1 + 2x)^{-5} \times 2 = 48 \times (1 + 2x)^{-5}$$

2. Calcul des primitives et intégrales :

$$f(x) = x^3 + 2x \quad \text{Fonction primitive } F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + K$$

$$g(x) = e^{-3x} \quad \text{Fonction primitive } G(x) = -\frac{1}{3}e^{-3x} + K$$

où K est une constante pouvant prendre n'importe quelle valeur. En calculant l'intégrale entre 2 points, la constante K s'annule.

$$I = \int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = \left[ \frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^2 = 8 - \frac{5}{4} = \frac{27}{4}$$

$$J = \int_1^2 g(x)dx = G(2) - G(1) = \left[ -\frac{1}{3}e^{-3x} \right]_1^2 = -\frac{1}{3}e^{-6} + \frac{1}{3}e^{-3} \approx 0,01577$$

3. Tous les tirages sont équiprobables, il suffit donc de calculer le nombre de tirages respectant la condition et diviser par le nombre total de tirages possibles.

$$\text{Nombre de tirages de 5 cartes comprenant 5 tréfles} = C_8^5 = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$\begin{aligned} \text{Nombre de manières de tirer 5 cartes parmi 32} &= C_{32}^5 = \frac{32!}{5! \times 27!} \\ &= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 201\,376 \end{aligned}$$

$$\text{Probabilité d'obtenir 5 tréfles en tirant 5 cartes parmi 32} = \frac{56}{201\,376} \approx 0,000278087$$

4. On calcule dans un premier temps la probabilité de faire 3 fois pile sur les 3 premiers lancers, puis 7 fois face :

$$\text{Proba de faire 3 fois pile puis 7 fois face} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

Le nombre de manières de placer les 3 lancers où l'on a obtenu pile parmi les 10 lancers est égal au nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 10, d'où la probabilité cherchée p.

$$p = C_{10}^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{10!}{7! \times 3!} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6 \times 1024} = 0,1171875$$

5. Calcul de l'espérance mathématique de X :

Valeurs de X=x <sub>i</sub>	Probabilités associées=p <sub>i</sub>	p <sub>i</sub> × x <sub>i</sub>
0	0,2	0
1	0,5	0,5
2	0,3	0,6

$$E(X) = \sum_{i=1}^n p_i \times x_i = 1,1$$

Pour calculer la variance de X on étudie la variable aléatoire X<sup>2</sup> :

Valeurs de X <sup>2</sup> =x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Probabilités associées=p <sub>i</sub>	p <sub>i</sub> × x <sub>i</sub>
0	0,2	0
1	0,5	0,5
4	0,3	1,2

$$E(X^2) = 1,7$$

$$\text{Variance}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 1,7 - 1,1^2 = 0,49$$

$$\text{Ecart-type de } X = \sigma(X) = \sqrt{0,49} = 0,7$$

6. On effectue un changement de variable en posant :

$$X = \frac{Y - 1,1}{0,7}$$

$$\text{Proba}(Y < 0) = \text{Proba}\left(\frac{Y - 1,1}{0,7} < \frac{-1,1}{0,7}\right) = \text{Proba}(X < -1,5714)$$

En utilisant la fonction LOI.NORMALE.STANDARD (ou NORMSDIST en anglais) sur Excel®, on obtient :

$$\text{Proba}(Y < 0) = \text{Proba}(X < -1,5714) = 0,058$$

## **Exercice 4 : change à terme et swaps de change**

1. Pour déterminer le prix à donner au client, on prend le plus défavorable des fourchettes, c'est-à-dire celles qui donnent le prix le plus élevé. On prend donc le haut de fourchette du spot et on enlève le minimum de points de swaps. La marge de 1500 USD pour un montant de 10 millions de GBP correspond à 1,5 pip, en effet :

$$\text{Marge en pips} = \frac{1500}{10\ 000\ 000} = 0,00015 \text{ soit } 1,5 \text{ pip}$$

Prix spot utilisé : 1,5707

Prix utilisé sur le swap : -3,10 pips , soit -0,000310

Prix donné au client =  $1,5707 - 0,000310 + 0,00015 = 1,570540 \approx 1,5705$

2. Le client veut acheter de l'USD contre EUR à terme 3 mois. Comme la cotation s'effectue avec l'EUR en devise directrice, il vaut mieux dire que le client souhaite vendre de l'EUR/USD. On utilise donc le bas de fourchette du spot EUR/USD, on ajoute le minimum de points de swaps (côté gauche de la fourchette) et on soustrait la marge.

Prix spot utilisé : 1,2501

Prix utilisé sur le swap : 7,80 pips , soit 0,000780

Prix donné au client =  $1,2501 + 0,000780 - 0,0002 = 1,250680 \approx 1,2507$

Comme il souhaite faire l'opération sur 10 millions d'USD, on peut lui présenter de la manière suivante :

Il achète à terme 10 000 000 USD en valeur 18/02/2015 et vend :

$$\frac{10\ 000\ 000}{1,2507} = 7\ 995\ 522,51 \text{ EUR}$$

3. Le client a acheté du GBP/USD à 1,5705 alors qu'il vaut maintenant 1,5656/58, il est donc potentiellement perdant.

Il ne veut plus acheter les GBP/USD en valeur 18/12, la banque va donc les vendre sur le marché en valeur 18/12 et les racheter en valeur 19/01, ce qu'elle fera sous la forme d'un swap Sell/Buy EUR/USD 1 mois.

Etant acheteuse à terme et vendeuse spot (au comptant) dans le swap, elle espère la différence la plus faible entre le terme et le spot , elle subit la cotation et aura donc la plus élevée, soit -3,25 pip, soit avec un prix spot en milieu de fourchette :

Prix spot = 1,5657 et prix terme = 1,565375

- a. L'ancien contrat de terme est conservé et la banque fait un nouveau contrat aux conditions actuelles de marchés.

La banque augmentera le prix terme (puisque le client va acheter du GBP/USD à terme) à 1,5655. Elle annoncera donc au client qu'il vend valeur 18/12 ses GBP/USD à un prix de 1,5657 (ce qui annulera l'achat à terme précédent) et qu'il les achète valeur 19/01 à un prix de 1,5655.

**Flux de la banque :**

GBP	Valeur 18/12/2014	USD
-10 000 000	Swap face au marché : vente spot à 1,5657	+15 657 000
+10 000 000	Achat des GBP/USD au client au même prix	-15 657 000
0	SOLDE	0

GBP	Valeur 19/01/2015	USD
+10 000 000	Swap face au marché : achat à terme à 1,565375	-15 653 750
-10 000 000	Vente des GBP/USD à terme au client à 1,5655	+15 655 000
0	SOLDE	+1 250

**Flux du client :**

GBP	Valeur 18/12/2014	USD
+10 000 000	Achat à terme initial à 1,5705	-15 705 000
-10 000 000	Vente GBP/USD à 1,5657	+15 657 000
	SOLDE	-48 000

GBP	Valeur 19/01/2014	USD
+10 000 000	Achat à terme des GBP/USD à 1,5655	-15 655 000

- b. Si le client ne veut pas avoir de flux le 18/12, la banque lui prêtera les 48 000 USD, qu'elle empruntera sur le marché sur la durée de 1 mois au taux de 0,30 %. Le nombre de jours du 18/12 au 19/01 est de 32.

$$\text{Montant à rembourser par la banque} = 48\ 000 \times \left(1 + \frac{32 \times 0,30\%}{360}\right) = 48\ 012,80 \text{ USD}$$

La banque débitera ce montant sur le compte du client au 19/01 et le client n'aura pas de flux au 18/12. Il devra donc payer un montant de :

$$15\ 655\ 000 + 48\ 012,80 = 15\ 703\ 012,80 \text{ USD}$$

La banque aura annulé l'opération d'achat à terme du client au 18/12 (elle se retrouve donc longue de 10 millions de GBP/USD à 1,5705) et annoncera au client un prix arrondi de 1,5703 pour sa nouvelle opération de terme, valeur 19/01.

**Flux de la banque :**

GBP	Valeur 18/12/2014	USD
-10 000 000	Swap face au marché : vente spot à 1,5657	+15 657 000
+10 000 000	Annulation achat à terme initial du client	-15 705 000
	Emprunt sur le marché	+48 000
0	SOLDE	0

GBP	Valeur 19/01/2015	USD
	Remboursement de l'emprunt	-48 012,80
+10 000 000	Swap face au marché : achat à terme à 1,565375	-15 653 750
-10 000 000	Vente des GBP/USD à terme au client à 1,5703	+15 703 000
	SOLDE	+1 237,20

**Flux du client :**

GBP	Valeur 19/01/2014	USD
+10 000 000	Achat des GBP/USD à 1,5703	-15 703 000

4. Le client avait vendu de l'EUR/USD à 1,2507 et l'EUR/USD spot est maintenant à 1,2421/23, il est donc gagnant sur son opération.
- a. Si le client veut effectuer une levée anticipée, la banque va faire sur le marché un swap Sell/Buy EUR/USD 2 mois (pour un montant de 10 millions d'USD au comptant et à terme) à un prix de 5,80 pips (le plus défavorable pour elle) :

Prix spot = 1,2422 et prix terme = 1,242780

La banque répercute ces prix au client en prenant une marge comprise entre 1 et 2 pips sur le prix de 1,242780. Elle augmentera donc le prix terme (puisque le client va acheter à terme) à 1,2429. La banque annoncera au client une vente valeur 18/12 de l'EUR/USD à 1,2422 et un achat valeur 18/02 à 1,2429 (ce qui annulera la vente à terme précédente). Le montant d'USD est stable à 10 millions, d'où on déduit les montants en EUR.

**Flux de la banque :**

EUR	Valeur 18/12/2014	USD
-8 050 233,46	Swap face au marché : vente spot à 1,2422	+10 000 000
+8 050 233,46	Achat des EUR/USD au client au même prix	-10 000 000
0	SOLDE	0

EUR	Valeur 18/02/2015	USD
+8 046 476,45	Swap face au marché : achat à terme à 1,242780	-10 000 000
-8 045 699,57	Vente des EUR/USD à terme au client à 1,2429	+10 000 000
+776,88	SOLDE	0

### Flux du client :

EUR	Valeur 18/12/2014	USD
-8 050 233,46	Vente EUR/USD à 1,2422	+10 000 000

EUR	Valeur 18/02/2015	USD
-7 995 522,51	Vente à terme initiale à 1,2507	+10 000 000
+8 045 699,57	Achat des EUR/USD à terme à 1,2429	-10 000 000
+50 177,06	SOLDE	0

- b. Si le client ne veut pas avoir de flux le 18/02, la banque lui prêtera la valeur actuelle des 50 177,06 EUR qu'elle empruntera sur le marché sur 2 mois à un taux de 0,13 %. Le nombre de jours du 18/12 au 18/02 est de 62.

$$\text{Valeur actuelle} = \frac{50\ 177,06}{(1 + \frac{0,13\% \times 62}{360})} = 50\ 165,83 \text{ EUR}$$

La banque créditera donc ce montant sur le compte du client au 18/12 et le client n'aura pas de flux au 18/02. Il devra donc payer un montant de :

$$-8\ 050\ 233,46 + 50\ 165,83 = -8\ 000\ 067,63 \text{ EUR}$$

La banque annoncera au client un prix arrondi (à l'avantage de la banque) de 1,2499, ce qui donnera un montant exact d'EUR de 8 000 640,05.

### Flux de la banque

EUR	Valeur 18/12/2014	USD
-8 050 233,46	Swap face au marché : vente spot à 1,2422	+10 000 000
+8 000 640,05	Achat des EUR/USD au client à 1,2499	-10 000 000
+50 165,83	Emprunt sur le marché	0
+572,42	SOLDE	0

EUR	Valeur 18/02/2015	USD
-50 177,06	Remboursement emprunt	0
+8 046 476,45	Swap face au marché : achat à terme à 1,242780	-10 000 000
-7 995 522,51	Annulation vente à terme initiale du client à 1,2507	+10 000 000
+776,88	TOTAL	0

### Flux du client

EUR	Valeur 18/12/2014	USD
-8 000 640,05	Vente EUR/USD à 1,2499	+10 000 000

## Exercice 5 : le risque de taux et les opérations de Repo

1. L'opérateur pense que le taux actuel de l'OAT va diminuer plus (ou augmenter moins) que le taux actuel de la BUND. Il doit donc acheter des OAT et vendre des BUND. Il financera l'achat d'OAT en effectuant une opération de Repo dans laquelle il empruntera le cash et prêtera ses titres. Pour pouvoir vendre les BUND qu'il n'a pas, il effectuera une opération de Reverse Repo dans laquelle il prêtera le cash (obtenu par la vente des titres) et empruntera les titres.

Une semaine plus tard, il vendra les OAT qu'il aura récupérées de l'opération de Repo et achètera les BUND qu'il rendra à la contrepartie de son opération de Reverse Repo.

2. Il doit ajuster les montants nominaux de telle sorte que pour un faible mouvement de taux un mouvement parallèle des taux entre l'OAT et le BUND lui soit indifférent ; pour cela, il faut que :

$$\text{Nominal OAT} \times \text{BPV OAT} = \text{Nominal BUND} \times \text{BPV BUND}$$

$$50\,000\,000 \times 9,923 = \text{Nominal BUND} \times 9,547$$

$$\text{Nominal BUND} = \frac{50\,000\,000 \times 9,923}{9,547} \approx 51\,970\,000$$

3. Pour les OAT il effectue un emprunt de cash, il obtiendra donc le taux le plus élevé de la cotation, soit 0,02 %. Pour les BUND, il effectue un prêt de cash, il obtiendra donc le plus bas de la cotation, soit -0,10 %

4. Flux titres et cash des opérations en date de valeur du 17/12 et du 24/12 :

EUR	Valeur 17/12/2014	Titres
-54 192 739,75	Achat OAT 2024	+50 millions nominal d'OAT 2024
+54 192 739,75	Repo sur OAT 2024	-50 millions nominal d'OAT 2024
+54 043 460,60	Vente BUND 2024	-51,970 millions nominal de BUND 2024
-54 043 460,60	Reverse Repo sur BUND 2024	+51,970 millions nominal de BUND 2024

EUR	Valeur 24/12/2014	Titres
-54 192 950,50	Echéance repo sur OAT 2024	+50 millions nominal d'OAT 2019
+54 042 409,76	Echéance Reverse Repo sur BUND 2024	-51,970 millions nominal de BUND 2020

5. On peut supposer par exemple que le taux de l'OAT baisse d'1 BP et que le taux des Bunds reste stable. On néglige l'influence des opérations de Repo. Le montant gagné sera de l'ordre de :

$$50\ 000\ 000 \times 9,923 \times 0,01 \% = 49\ 615 \text{ EUR}$$

6. Calcul des montants payés pour racheter les OAT et revendre les BUND

Titre	Clean Price	Accrued interest	Taux actuariel	Dirty price	Nominal en millions	Valorisation
OAT 1,75 % 25/11/2024	108,48 %	0,1390411 %	0,8548 %	108,6190411 %	50	54 309 520,55
BUND 1 % 15/08/2024	103,96 %	0,3589041 %	0,5765 %	104,3189041 %	51,970	54 214 534,46

Flux cash et titres au 24/12/2014 compte tenu du déboulement des opérations :

EUR	Valeur 24/12/2014	Titres
-54 192 950,50	Echéance repo sur OAT 2024	+50 millions nominal d'OAT 2024
+54 042 409,76	Echéance Reverse Repo sur Bund 2024	-51,970 millions nominal de BUND 2024
+54 309 520,55	Vente des OAT 2024	-50 millions nominal d'OAT 2024
-54 214 534,46	Achat des BUND 2024	+51,970 millions nominal de BUND 2024
-55 554,65	SOLDE	0

Le spread OAT-BUND est passé de 26,68 BP à 27,83 BP, soit une augmentation de 1,15 BP et donc une perte approximative de :

$$\text{Perte approximative} = 1,15 \times 49\ 615 \approx 57\ 000 \text{ EUR}$$

Le résultat est donc cohérent.

## Exercice 6 : swaps et FRA

1. Les taux étant exprimés en monétaire ACT/360, la formule qui permet de calculer les discount factors (DF) est la suivante :

$$DF = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{taux} \times \text{nombre de jours}}{360}\right)}$$

Les discount factors sur les grandes périodes se déduisent de la formule suivante :

$$DF_g = DF_p \times DF_{g-p}$$

où p est le nombre de jours de la petite période et g le nombre de jours de la grande période.

Taux 3 mois cash, puis forward	Nombre de jours	DF cash, puis forward	Nombre de jours total	DF
0,082 %	90	0,99979504	90	0,99979504
0,090 %	92	0,99977005	182	0,99956514
0,085 %	92	0,99978282	274	0,99934806
0,080 %	91	0,99979782	365	0,99914601

2. On peut déduire du DF 1 an le taux du 1 an en base 30/360 par la formule suivante :

$$DF_{1 \text{ an}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{taux} \times 30 \times 12}{360}\right)} = 0,99914601 \text{ d'où taux} = 0,08547 \%$$

Ce taux correspond à la valeur théorique du taux fixe d'un swap de durée 1 an contre Euribor 3 mois.

3. A est payeur du taux fixe de 0,08547 % pour un montant de 10 millions d'EUR. Les flux connus du swap seront les suivants :

Date	Flux variable	Flux fixe
17/03/2015	+10 mill $\times \frac{0,082 \% \times 90}{360}$	
17/06/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 3} \times 92}{360}$	
17/09/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 6} \times 92}{360}$	
17/12/2015	+10 mill + 10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 9} \times 91}{360}$	- 10 mill - 10 mill $\times \frac{0,08547 \% \times 360}{360}$

Soit :

Date	Flux variable	Flux fixe
17/03/2015	+2 050	
17/06/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 3 \times 92}{360}$	
17/09/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 6 \times 92}{360}$	
17/12/2015	10 mill + 10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 9 \times 91}{360}$	-10 008 547,20

4. a. On calcule dans un premier temps les taux forward à partir des discount factors :

Durée totale	DF	Durée des périodes cash et forward	DF cash, puis forward	Taux cash, puis forward
28	0,99998444	28	0,99998444	0,02001 %
120	0,99970009	92	0,99971565	0,11130 %
212	0,99936440	92	0,99966421	0,13144 %
303	0,99886504	91	0,99950032	0,19777 %

Flux du swap

Date	Flux variable	Flux fixe
17/03/2015	+2 050	
17/06/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 1 \times 92}{360}$	
17/09/2015	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 4 \times 92}{360}$	
17/12/2015	10 mill + 10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_3 \text{ ds } 7 \times 91}{360}$	-10 008 547,20

Soit, en remplaçant les taux inconnus par leurs forward :

Date	Flux variable	Flux fixe
17/03/2015	+2 050	
17/06/2015	+10 mill $\times \frac{0,11130 \% \times 92}{360}$	
17/09/2015	+10 mill $\times \frac{0,13144 \% \times 92}{360}$	
17/12/2015	10 mill + 10 mill $\times \frac{0,19777 \% \times 91}{360}$	-10 008 547,20

Date	Flux variable	Flux fixe	DF	Flux actualisés
17/03/2015	2 050		0,99998444	2 049,97
17/06/2015	2 844,35		0,99970009	2 843,50
17/09/2015	3 359,04		0,99936440	3 356,90
17/12/2015	10 004 999,27	-10 008 547,20	0,99886504	-3 543,88
TOTAL				4 706,49

b. En calculant la jambe variable comme un prêt qui serait remboursé à la prochaine échéance connue, on obtient :

Date	Flux variable	Flux fixe	DF	Flux actualisés
17/03/2015	+10 002 050		0,99998444	10 001 894,37
17/06/2015				
17/09/2015				
17/12/2015		-10 008 547,20	0,99886504	-9 997 187,88
TOTAL				4 706,49

Le résultat est bien équivalent.

## **Exercice 7 : contrats futures sur indice actions et taux**

### **1. Les contrats futures sur indices actions.**

Lundi 15/12/2014 au soir :

L'opérateur est en position acheteuse de 20 contrats CAC janvier.

On peut calculer la marge en comparant le prix de négociation de chaque opération au cours de compensation :

Pour l'achat de 30 contrats :

$$\text{Gain de } (4024 - 4012) \times 30 \times 10 = 3600$$

Pour la vente de 10 contrats :

$$\text{Perte de } (4024 - 4020) \times 10 \times 10 = 400$$

Soit une marge à recevoir de 3200 EUR.

Mardi 16/12/2014 au soir

L'opérateur est en position acheteuse de 20 contrats CAC février.

Il a juste roulé sa position d'une échéance à l'autre. Si l'opération de spread a été réalisée avec un CAC janvier à 4010, le CAC février a été réalisé à 4010,5.

La marge sur l'échéance janvier est donc

$$\text{Perte de } (4024 - 4010) \times 20 \times 10 = 2800 \text{ EUR}$$

et la marge sur l'échéance février :

$$\text{Perte de } (4010,5 - 4000) \times 20 \times 10 = 2100 \text{ EUR}$$

Soit une marge à payer de 4900 EUR.

### **2. Les contrats futures sur les taux longs.**

- a. L'opération de cash and carry consiste à acheter les titres du gisement, vendre le contrat et livrer les titres au moment de l'échéance du contrat. Le calcul est effectué sous l'hypothèse d'une stabilité du cours du contrat.

b.

**Taux de cash and carry du BUND 3,25 % 04/01/2020 :**

$$\begin{aligned} \text{Montant payé au moment de l'achat du titre} &= 116,09\% + 3,0897260 \% \\ &= 119,1797260 \% \end{aligned}$$

Montant récupéré au moment de la livraison

$$= 129,88 \% \times 0,887595 + 0,5787671 \% = 115,8596057 \%$$

$$\begin{aligned} \text{Montant du coupon touché replacé à } 0,03 \% &= 3,25 \% \times \left( 1 + \frac{0,03 \% \times 65}{360} \right) \\ &= 3,2501760 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Taux de cash and carry} &= \frac{115,8596057 \% + 3,2501760 \% - 119,1797260 \%}{119,1797260 \%} \times \frac{360}{83} \\ &= -0,255 \%\end{aligned}$$

**Taux de cash and carry du BUND 3 % 04/07/2020 :**

$$\begin{aligned}\text{Montant payé au moment de l'achat du titre} &= 115,96 \% + 1,3643836 \% \\ &= 117,3243836 \%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Montant récupéré au moment de la livraison} &= 129,88\% \times 0,866584 + 2,0465753 \% = 114,5985052 \%\\ &= 114,5985052 \%\end{aligned}$$

$$\text{Taux de cash and carry} = \frac{114,5985052 \% - 117,3243836 \%}{117,3243836 \%} \times \frac{360}{83} = -10,077 \%$$

La moins chère à livrer est donc la BUND 3,25 % 04/01/2020.

c. On utilise le ratio de couverture suivant :

$$\begin{aligned}\text{Ratio de couverture} &= \frac{\text{Nominal de la ligne à couvrir}}{\text{Nominal du contrat}} \times \text{FC}_{\text{cheapest}} \times \frac{\text{BPV}_{\text{titre à couvrir}}}{\text{BPV}_{\text{cheapest}}} \\ &= \frac{10\,000\,000}{100\,000} \times 0,887595 \times \frac{9,923}{5,528} = 97,14 \approx 97\end{aligned}$$

En effectuant cette opération, on espère que l'OAT 10 ans se comportera mieux que le BUND 5 ans, on joue un aplatissement de courbe entre le 5 ans et le 10 ans (c'est-à-dire que le taux du 10 ans baisse plus ou monte moins que le taux du 5 ans) et aussi sur une amélioration de la signature de l'Etat français par rapport à celle de l'Etat allemand.

### 3. Les contrats futures sur les taux courts.

Taux Euribor 3 mois	0,082 %
Contrat Euribor 3 mois mars 2015	99,905
Contrat Euribor 3 mois juin 2015	99,915
Contrat Euribor 3 mois septembre 2015	99,920

a. Déduire des cotations des contrats les taux forward 3 mois dans 3 mois, dans 6 mois et dans 9 mois.

Contrat Euribor 3 mois mars 2015	99,905	Taux 3 mois dans 3 mois	0,095 %
Contrat Euribor 3 mois juin 2015	99,915	Taux 3 mois dans 6 mois	0,085 %
Contrat Euribor 3 mois septembre 2015	99,920	Taux 3 mois dans 9 mois	0,080 %

b. L'opérateur reçoit un taux fixe et paye l'Euribor 3 mois tous les 3 mois. Il a donc un risque de hausse des taux Euribor 3 mois dans 3 mois, dans 6 mois et dans 9 mois. Il peut se couvrir sur les contrats Euribor en vendant 50 contrats sur chacune des échéances mars, juin et septembre. En effet, il a un risque de hausse de taux, donc il doit effectuer une opération de couverture qui lui fera gagner si le taux monte, c'est-à-dire si le contrat baisse.

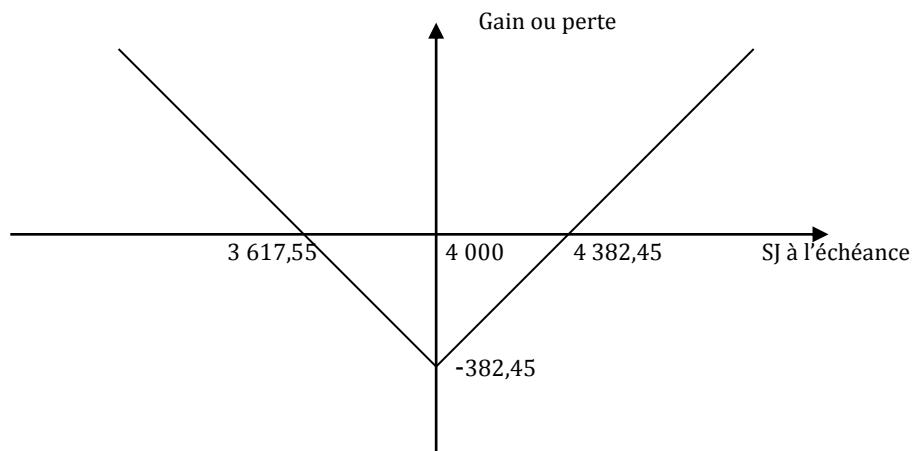
## Exercice 8 : les stratégies d'options

1. a. l'achat de straddle proche de la monnaie : achat d'un call 4 000 et achat d'un put 4 000

$$\text{Montant des primes payées} = 201,09 + 181,36 = 382,45$$

Sous-jacent à l'échéance	3 400	3 600	3 800	4 000	4 200	4 400	4 600
Somme des primes	-382,45	-382,45	-382,45	-382,45	-382,45	-382,45	-382,45
Achat du call 4 000	0	0	0	0	+200	+400	+600
Achat du put 4 000	+600	+400	+200	0	0	0	0
Total	+217,55	+17,55	-182,45	-382,45	-182,45	+17,55	+217,55

Il y a 2 points morts : 3 617,55 et 4 382,45.

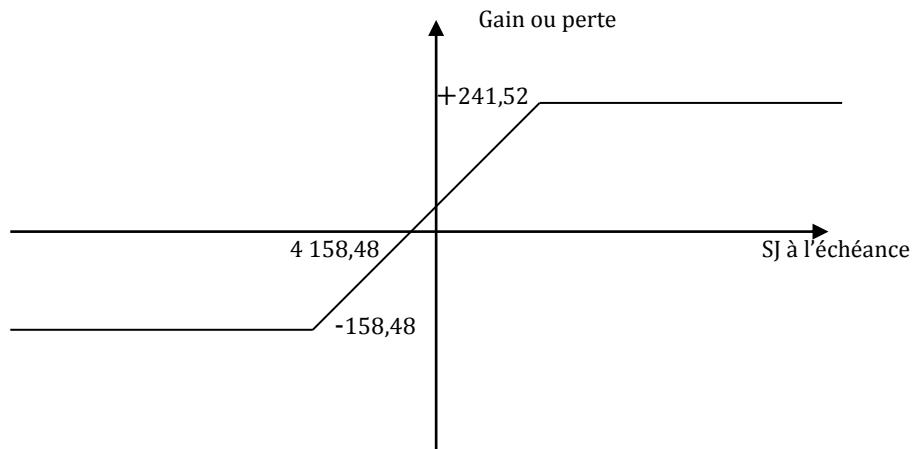


b. l'achat d'un bull call spread : achat d'un call 4 000 et vente d'un call 4 400

$$\text{Montant des primes payées} = 201,09 - 42,61 = 158,48$$

Sous-jacent à l'échéance	3 600	3 800	4 000	4 200	4 400	4 600	4 800
Somme des primes	-158,48	-158,48	-158,48	-158,48	-158,48	-158,48	-158,48
Achat du call 4 000	0	0	0	+200	+400	+600	+800
Vente du call 4 400	0	0	0	0	0	-200	-400
Total	-158,48	-158,48	-158,48	+41,52	+241,52	+241,52	+241,52

Il y a 1 point mort : 4 158,48.

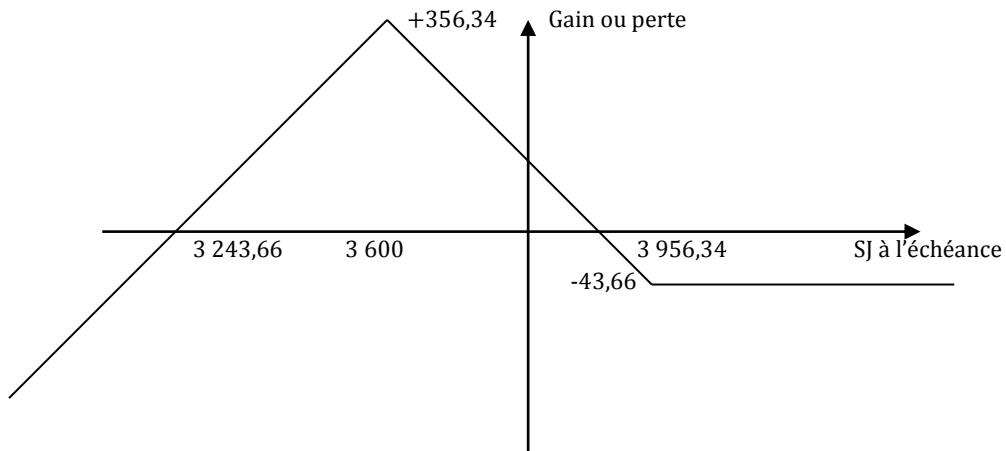


c. l'achat d'un ratio put spread : achat d'un put 4 000 et vente de 2 puts 3 600

$$\text{Montant des primes payées} = 181,36 - 2 \times 68,85 = 43,66$$

Sous-jacent à l'échéance	3 000	3 200	3 400	3 600	3 800	4 000	4 200
Somme des primes	-43,66	-43,66	-43,66	-43,66	-43,66	-43,66	-43,66
Achat du put 4 000	+1000	+800	+600	+400	+200	0	0
Vente de 2 puts 3 600	-1200	-800	-400	0	0	0	0
Total	-243,66	-43,66	+156,34	+356,34	+156,34	-43,66	-43,66

Il y a 2 points morts : 3 243,66 et 3 956,34.



2. Il reste 94 jours jusqu'à l'échéance des options. On suppose qu'il n'y a pas de détachement de dividende prévu sur les 94 jours.

a. En l'absence de dividende, le cours à terme est égal à la valeur de l'indice au comptant placé au taux de Repo (avec collatéral actions) sur 94 jours. Le taux étant exprimé en taux continu, la formule est :

$$\text{CAC à terme} = \text{CAC comptant} \times e^{\frac{0,01\% \times 94}{365}} = 4\,019,62 \times e^{\frac{0,01\% \times 94}{365}} \approx 4\,019,72$$

En réalité le cours du contrat future sera de 4 019,50, puisque l'échelon de cotation (le tick) est de 0,50.

b. A l'échéance, le cours du contrat future correspondra au cours de l'indice.

$$\text{Montant des primes payées} = 201,09 - 181,36 = 19,73$$

Sous-jacent à l'échéance	3 400	3 600	3 800	4 000	4 200	4 400	4 600
Achat du call 4 000	0	0	0	0	+200	+400	+600
Vente du put 4 000	-600	-400	-200	0	0	0	0
Vente du future CAC à 4019,50	+619,50	+419,50	+219,50	+19,50	-180,50	-380,50	-580,50
Total	+19,50	+19,50	+19,50	+19,50	+19,50	+19,50	+19,50

Quel que soit le cours du sous-jacent à l'échéance, on récupèrera 19,50, alors que l'on aura payé 19,73 au départ. Le résultat est donc quasiment nul, la légère différence provenant de l'arrondi sur le contrat future.

## Exercice 9 : la couverture en delta sur les options de change

Soit la situation suivante sur les marchés le lundi 15/12/2014

EUR/USD spot = 1,2423

Taux EUR 3 mois sur 90 jours exprimé en taux continu=0,08 %

Taux USD 3 mois 90 jours exprimé en taux continu=0,30 %

	Prime	Volatilité	Delta	Theta	Vega (pour 1 % de vol)
Call 1,2423	0,020368	8 %	0,5188	-0,000113	0,002460
Put 1,2423	0,019020	8 %	-0,4812	-0,000106	0,002460

1. La formule du cours à terme avec des taux exprimés en continu est la suivante :

$$\text{Cours à terme EUR/USD} = \text{Cours spot EUR/USD} \times \frac{\frac{90}{e^{365}} \times \text{taux USD}}{\frac{90}{e^{365}} \times \text{taux EUR}}$$

$$= 1,2423 \times e^{\frac{90}{365} \times (0,30\% - 0,08\%)} = 1,242974$$

2. En étant vendeur de put, il a un delta positif de :

$$\text{Delta de la vente de put} = 50\ 000\ 000 \times 0,4812 = 24\ 060\ 000$$

Il doit donc vendre 24,060 millions d'EUR/USD spot pour être en delta neutre.

3. Il doit vendre des call pour un montant nominal M tel que :

$$M \times 0,5188 = 24\ 060\ 000 \text{ d'où } M \approx 46\ 376\ 000$$

4. En vendant des calls il augmente sa position à la vente d'options, c'est à dire qu'il gagnera plus au cours du temps (son theta est plus important) et en cas de baisse de la volatilité implicite (son vega est encore plus négatif).

5. En supposant qu'il se soit couvert sur l'EUR/USD spot, quelle opération de couverture devra-t-il réaliser si l'EUR/USD effectue les mouvements suivants dans la journée ?

Nouvelle valeur de l'EUR/USD	Nouvelle valeur du delta	Position sous-jacent correspondante	Opération à réaliser
1,2435	-0,4745	23 725 000	Achat de 335 000 EUR/USD à 1,2435
1,2450	-0,4663	23 315 000	Achat de 410 000 EUR/USD à 1,2450
1,2400	-0,4936	24 680 000	Vente de 1 365 000 EUR/USD à 1,2400

6. En négligeant le fait que son opération de débouclement est décalée d'une journée, les résultats sont les suivants :

Il rachète les put à 0,030577 et rachète 24,680 millions d'EUR/USD à 1,2380 :

EUR		USD
	Vente des 50 millions de put à 0,019020	+951 000,00
-24 060 000	Vente de 24,060 millions d'EUR/USD à 1,2423	+29 889 738,00
+335 000	Achat de 335 000 EUR/USD à 1,2435	-416 572,50
+410 000	Achat de 410 000 EUR/USD à 1,2450	-510 450,00
-1 165 000	Vente de 1 365 000 EUR/USD à 1,2400	+1 692 600,00
	Achat des 50 millions de puts à 0,030577	-1 528 850,00
+24 680 000	Achat de 24,680 millions d'EUR/USD à 1,2380	-30 553 840,00
<b>0</b>		<b>-476 374,50</b>

7. Il a été pénalisé par les ajustements qu'il a effectués à chaque mouvement de sous-jacent puisqu'il a acheté à la hausse et vendu à la baisse, il a aussi perdu sur la hausse de la volatilité mais a gagné sur l'écoulement d'une journée. D'après la valeur du vega et du theta de l'option au départ, la perte due à la hausse de la volatilité et le gain dû à l'écoulement du temps ont été respectivement de :

$$\text{Perte dûe à la hausse de la volatilité} = 50\ 000\ 000 \times 3,90 \times 0,002460 = 479\ 700$$

$$\text{Gain dû à l'écoulement du temps} = 50\ 000\ 000 \times 0,000106 = 5\ 300$$

Ce qui paraît cohérent avec le résultat.

## **Exercice10 : questions diverses**

1. En achetant un CDS sur France Télécom, il joue une hausse du prix du CDS, c'est-à-dire une dégradation de la signature de France Télécom (plus exactement de la manière dont le marché perçoit la signature de France Télécom) ; en vendant le CDS Deutsche Télécom, il joue une amélioration de la signature Deutsche Télécom. Il joue donc globalement le fait que la perception par le marché de la signature de Deutsche Télécom s'améliore par rapport à celle de France Télécom. Il a un risque important car dans le cas d'un événement de crédit sur Deutsche Télécom, il peut avoir à payer un montant important à sa contrepartie (correspondant au notionnel du CDS moins le prix estimé des créances en défaut).
2. Le gérant a acheté le montant de GBP dont il avait besoin en vendant l'EUR au départ (jambe spot du swap). Pour qu'il soit parfaitement couvert du risque de change, il faudrait que, sur la jambe terme du swap, le montant de GBP corresponde au montant qui sera reçu à l'échéance du certificat de dépôt. Il doit donc effectuer un swap avec mismatch pour ne pas avoir de risque de change résiduel.
3. L'opérateur va donc recevoir de l'Euribor 3 mois et payer de l'Euribor 6 mois sur les 2 années à venir. Il peut couvrir son risque en effectuant un swap de base de durée 2 ans dans lequel il paiera des intérêts à Euribor 3 mois (+ marge) et recevra des intérêts à Euribor 6 mois. La marge de ces swaps de base qui était très faible avant la crise financière a fortement augmenté suite à l'importance du risque bancaire : un prêt 6 mois est considéré comme beaucoup plus risqué qu'un prêt 3 mois (la marge est de l'ordre de 10 BP en 2014).
4. L'opérateur a couvert son risque sur l'évolution des taux par son IRS et a couvert son risque sur LVMH par l'achat du CDS. Cependant, il conserve un risque de liquidité puisqu'il a emprunté à court terme pour prêter à long terme, il n'est pas certain qu'il puisse réemprunter à un taux égal à l'Euribor 3 mois tous les 3 mois pendant 5 ans. D'autre part il a un risque sur la contrepartie qui lui a vendu le CDS (sauf si l'opération a été enregistrée dans une chambre de compensation, ce qui est maintenant le cas général) : cette contrepartie pourra-t-elle payer en cas d'évènement de crédit sur LVMH ?
5. S'il revend ses obligations dans un an avec un taux 1 an élevé, il peut perdre de l'argent. Il a donc un risque de hausse du taux 1 an sur les titres d'Etat notés AAA de la zone EUR dans 1 an. En supposant que les obligations valent 100% au départ et aient un taux facial et actuarial de 2%, il suffirait que le prix de l'obligation soit de 98 % dans un an (juste après le détachement de son coupon) pour qu'il ait perdu en capital. Un prix de 98% sur le titre 1 an correspondrait à un taux 1 an de 4,08 %.
6. Dans 3 mois il récupérera ses AUD placés et devra les changer en USD pour rembourser l'emprunt en USD ; Il a donc un risque de baisse du cours de l'AUD par rapport à l'USD. Il pourrait se couvrir en vendant de l'AUD/USD à terme 3 mois, mais l'AUD étant en déport par rapport à l'USD (puisque son taux est supérieur à celui de l'USD), sa vente se fera à un prix inférieur au cours spot, ce qui annulera le gain dû à la différence de taux.
7. Puisqu'il va déboucler sa position dans la journée, il n'a pas de risque sur le variable du swap mais sur la différence entre le taux fixe du swap qu'il vient de réaliser et le swap de déboulement. Il a donc un risque de baisse sur le taux des swaps 10 ans. Si le taux des swaps

10 ans baisse, on peut imaginer que le taux des Bund 10 ans baisse aussi et il sera donc gagnant sur son achat de contrats futures. Il conserve un risque sur la différence entre le taux des swaps et le taux des Bunds. Son risque est que cette différence (qui a toujours été positive) diminue. D'autre part le contrat Bund ne représente pas tout à fait du 10 ans, mais le taux de l'obligation la moins chère à livrer (« cheapest ») dont la durée est plutôt de 8,5 ou 9 ans en décembre 2014. Il a donc aussi un petit risque d'aplatissement de courbe entre le 8,5 ou 9 ans et 10 ans (en supposant la courbe croissante, ce qui est généralement le cas sur ces durées).

8. L'opérateur a vendu du FRA (3x9), il joue sur le taux du 6 mois dans 3 mois. Il a un risque de hausse du taux 6 mois dans 3 mois. Le taux du 6 mois dans 3 mois peut se construire à partir du taux 3 mois dans 3 mois et 3 mois dans 6 mois. Pour couvrir un risque de hausse de taux, il faut vendre des contrats Euribor (car si le taux monte, le cours du contrat baisse). Le risque résiduel de l'opérateur est que, lorsqu'il déboucle son opération dans 3 mois (à l'échéance de son FRA), le taux 6 mois ait monté plus (ou baissé moins) que le taux 6 mois construit à partir du 3 mois et du 3 mois dans 3 mois, ce qui se produira si le risque bancaire est jugé plus élevé par le marché.
9. L'entreprise a un risque de hausse de l'EUR/JPY dans 3 mois. En achetant un call à la monnaie, elle peut profiter d'une baisse de l'EUR/JPY (dans ce cas, elle n'exerce pas le call) et est couverte contre une hausse de l'EUR/JPY. Le seul inconvénient est le paiement de la prime. En vendant un call en dehors de la monnaie, elle diminue la prime mais si le cours de l'EUR/JPY dépasse le strike du call en dehors, elle n'est plus couverte : son prix d'achat sera seulement diminué. Elle a donc un risque important en cas de forte hausse de l'EUR/JPY.
10. Le gérant devra vendre les titres dans 8 ans pour pouvoir rendre le montant et les intérêts garantis. Son risque est de ne pas obtenir suffisamment d'argent en vendant le titre : il a donc un risque de baisse du prix du titre dans 8 ans alors que celui-ci aura une durée résiduelle de 3 mois, c'est à dire un risque de hausse du taux 3 mois dans 8 ans.