Formulaire

C'est l'inventaire de toutes les règles de calcul qu'un élève doit connaître à la fin de la Terminale, chacune d'entre elles étant repérée par un code (M1, A2, …) que l'on retrouvera dans le corrigé. En effet, chaque étape d'un calcul doit pouvoir être justifiée par l'emploi d'une règle.

Nombres complexes

(I) $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$.

(C) Conjugué : $z = a + ib$ a pour conjugué $\overline{z} = a - ib$.

(M1) Module : $z = a + ib$ a pour module $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

(M2) $|1| = 1$, $|i| = 1$, $|-1| = 1$, $|-i| = 1$.

(M3) $|z_1 \times z_2| = |z_1| \times |z_2|$.

(M4) $|z^n| = |z|^n$.

(M5) $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$.

(A1) Argument : Soit $z = a + ib$, $\theta = \arg(z)$ vérifie : $\begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{a}{|z|} \\ \sin(\theta) = \dfrac{b}{|z|} \end{cases}$.

(A2) $\arg(z_1 \times z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2) [2\pi]$.

(A3) $\arg(z^n) = n\arg(z) [2\pi]$.

(A4) $\arg\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2) [2\pi]$.

(A5) $\arg\left(\dfrac{1}{z}\right) = -\arg(z) [2\pi]$.

(A6) $\arg(1)=0[2\pi]$, $\arg(i)=\frac{\pi}{2}[2\pi]$, $\arg(-1)=\pi[2\pi]$, $\arg(-i)=-\frac{\pi}{2}[2\pi]$

(F1) Forme trigonométrique : $z=\rho(\cos(\theta)+i\sin(\theta))$ avec $\rho=|z|$ et $\theta=\arg(z)$.

(F2) Forme exponentielle : $z=\rho e^{i\theta}$ avec $\rho=|z|$ et $\theta=\arg(z)$.

(D) $OM=|z_M|$ et $AB=|z_B-z_A|$.

Equation du second degré : $az^2+bz+c=0$.

(Δ1) Soit $\Delta=b^2-4ac$ son discriminant.

(Δ2) Si $\Delta>0$, alors il y a deux solutions réelles : $z_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

(Δ3) Si $\Delta=0$ alors il y a une solution (double) : $z_0=\frac{-b}{2a}$.

(Δ4) Si $\Delta<0$ alors il y a deux solutions complexes conjuguées : $z_1=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Limites de fonctions et asymptotes

(TABLIM)

$f(x)$	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
$f(x)=x$	$-\infty$	0^-	0^+	$+\infty$
$f(x)=x^2$	$+\infty$	0^+	0^+	$+\infty$
$f(x)=x^n$ (n impair)	$-\infty$	0^-	0^+	$+\infty$
$f(x)=x^n$ (n pair)	$+\infty$	0^+	0^+	$+\infty$
$f(x)=\frac{1}{x}$	0^-	$-\infty$	$+\infty$	0^+
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	0^+	$+\infty$	$+\infty$	0^+
$f(x)=\frac{1}{x^n}$ (n impair)	0^-	$-\infty$	$+\infty$	0^+
$f(x)=\frac{1}{x^n}$ (n pair)	0^+	$+\infty$	$+\infty$	0^+
$f(x)=\sqrt{x}$	NON	NON	0^+	$+\infty$

(L1) Règles de base : $\frac{1}{+\infty}=0^+$, $\frac{1}{-\infty}=0^-$, $\frac{1}{0^+}=+\infty$, $\frac{1}{0^-}=-\infty$.

(TABLIM2) Limite de $f+g$:

Limg / Limf	L_2	$+\infty$	$-\infty$
L_1	L_1+L_2	$+\infty$	$-\infty$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	f.i
$-\infty$	$-\infty$	f.i	$-\infty$

$+\infty-\infty$ et $-\infty+\infty$ sont des f.i (formes indéterminées).

(TABLIM3) Limite de $f \times g$:

Limf \ Limg	L_2	$+\infty$	$-\infty$
L_1	$L_1 \times L_2$	$\begin{cases} +\infty \text{ si } L_1 > 0 \\ -\infty \text{ si } L_1 < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} -\infty \text{ si } L_1 > 0 \\ +\infty \text{ si } L_1 < 0 \end{cases}$
$+\infty$	$\begin{cases} +\infty \text{ si } L_2 > 0 \\ -\infty \text{ si } L_2 < 0 \end{cases}$	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$\begin{cases} -\infty \text{ si } L_2 > 0 \\ +\infty \text{ si } L_2 < 0 \end{cases}$	$-\infty$	$+\infty$

$0 \times (\pm\infty)$ est une f.i (forme indéterminée).

(TABLIM4) Limite de $\dfrac{f}{g}$:

Limf \ Limg	$L_2 \neq 0$	0^+	0^-	$+\infty$	$-\infty$
L_1	$\dfrac{L_1}{L_2}$	$\begin{cases} +\infty \text{ si } L_1 > 0 \\ -\infty \text{ si } L_1 < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} -\infty \text{ si } L_1 > 0 \\ +\infty \text{ si } L_1 < 0 \end{cases}$	0	0
$+\infty$	$\begin{cases} +\infty \text{ si } L_2 > 0 \\ -\infty \text{ si } L_2 < 0 \end{cases}$	$+\infty$	$-\infty$	f.i	f.i
$-\infty$	$\begin{cases} -\infty \text{ si } L_2 > 0 \\ +\infty \text{ si } L_2 < 0 \end{cases}$	$-\infty$	$+\infty$	f.i	f.i

$\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$ et $\dfrac{0}{0}$ sont des f.i (forme indéterminée) .

(Fi1) Formes indéterminées (f.i) : $(+\infty)+(-\infty)$, $0 \times (\pm\infty)$, $\dfrac{0}{0}$, $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$.

(Fi2) Lever une forme indéterminée : lorsque $x \to +\infty$ (ou $x \to -\infty$), la limite est égale à la limite du terme de plus haut degré.

(AH) Asymptote horizontale : si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = a$ (ou $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = a$) alors $(d): y = a$ est asymptote horizontale à la courbe C_f .

(AV) Asymptote verticale : si $\lim\limits_{\substack{x \to k \\ x > k}} f(x) = \pm\infty$ (ou $\lim\limits_{\substack{x \to k \\ x < k}} f(x) = \pm\infty$) alors $(\Delta): x = k$ est asymptote verticale à la courbe C_f .

(AO) Asymptote oblique : si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(ax+b)=0$ (ou $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(ax+b)=0$) alors $(D): y=ax+b$ est asymptote oblique à C_f.

Dérivation et tangente

(TABDER)

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

(D1) $(u+v)'=u'+v'$

(D2) $(\lambda u)'=\lambda u'$ (λ réel)

(D3) $(u\times v)'=u'v+uv'$

(D4) $(u^2)'=2uu'$

(D5) $\left(\frac{1}{v}\right)'=\frac{-v'}{v^2}$

(D6) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

(T1) $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente T_a.

(T2) T_a a pour équation réduite : $T_a: y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Variations d'une fonction par le signe de la dérivée (principe de Lagrange)

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors :

(LG) $\begin{cases} f'(x)>0 \Leftrightarrow f \text{ est strictement croissante sur I} \\ f'(x)<0 \Leftrightarrow f \text{ est strictement décroissante sur I} \end{cases}$.

Fonction exponentielle

(E1) $\left(e^x\right)' = e^x$.

(E2) $e^0 = 1$.

(E3) $e^1 = e \simeq 2,71$.

(E4) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$.

(E5) $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$.

(E6) $e^{x+y} = e^x \times e^y$ pour tous x et y.

(E7) $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$ pour tous x et y.

(E8) $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ pour tout x.

(E9) $e^{ax} = \left(e^x\right)^a$ pour tous x et a.

(E10) Equations et inéquations : $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$, $\begin{cases} e^x < e^y \Leftrightarrow x < y \\ e^x > e^y \Leftrightarrow x > y \end{cases}$.

(E11) Dérivée de e^u : $\left(e^u\right)' = u'e^u$.

(CC) Croissances comparées : $x^k \ll e^x$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^k} = \mathbf{+\infty}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^k}{e^x} = \mathbf{0}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k e^{-x} = \mathbf{0}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^k e^x = \mathbf{0}$.

Fonction logarithme

(L1) $y=e^{x}\Leftrightarrow x=\ln(y)$.

(L2) $\ln\left(e^{x}\right)=x$.

(L3) $e^{\ln(x)}=x\ (x>0)$.

(L4) $\left(\ln(x)\right)'=\dfrac{1}{x}$.

(L5) $\ln(1)=0$.

(L6) $\ln(e)=1$.

(L7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$.

(L8) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\ln(x)=-\infty$.

(L9) $\ln(a\times b)=\ln(a)+\ln(b)$.

(L10) $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)=\ln(a)-\ln(b)$.

(L11) $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right)=-\ln(a)$.

(L12) $\ln\left(a^{n}\right)=n\ln(a)$.

(L13) $\ln(x)=k\Leftrightarrow e^{\ln x}=e^{k}\Leftrightarrow x=e^{k}$.

(L14) $\begin{cases}\ln(x)<k\Leftrightarrow e^{\ln x}<e^{k}\Leftrightarrow x<e^{k}\\ \ln(x)>k\Leftrightarrow e^{\ln x}>e^{k}\Leftrightarrow x>e^{k}\end{cases}$

(L15) Dérivée de $\ln(u)$: $\left(\ln(u)\right)'=\dfrac{u'}{u}$.

(CC) Croissances comparées : $\ln x\ll x^{k}\ll e^{x}$ qui donne :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{k}}{\ln x}=\mathbf{+\infty}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^{k}}=\mathbf{0}$, $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}x^{k}\ln x=\mathbf{0}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{\ln x}=\mathbf{+\infty}$,

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{e^{x}}=\mathbf{0}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x e^{-x}=\mathbf{0}$.

Primitives et intégrales

(TABPRIM)

Fonction f	Primitive F
$f(x)=a$	$F(x)=ax+C$
$f(x)=x$	$F(x)=\frac{x^2}{2}+C$
$f(x)=x^2$	$F(x)=\frac{x^3}{3}+C$
$f(x)=x^n$	$F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$
$f(x)=\frac{1}{x^2}$	$F(x)=-\frac{1}{x}+C$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$F(x)=\ln(x)+C$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+C$
$f(x)=\sin(x)$	$F(x)=-\cos(x)+C$
$f(x)=\cos(x)$	$F(x)=\sin(x)+C$

(P1) La fonction $f=u'u^n$ admet pour primitive $F=\frac{u^{n+1}}{n+1}+C$.

(P2) La fonction $f=\frac{u'}{u^2}$ a pour primitive $F=-\frac{1}{u}+C$.

(P3) La fonction $f=\frac{u'}{u}$ a pour primitive $F=\ln(u)+C$.

(P4) La fonction $f=u'e^u$ a pour primitive $F=e^u+C$

(P5) $f(x)=a\cos(ax+b)$ a pour primitive $F(x)=\sin(ax+b)+C$.

(P6) $f(x)=a\sin(ax+b)$ a pour primitive $F(x)=-\cos(ax+b)+C$.

(P7) F est primitive de f équivaut à $F'(x)=f(x)$.

(TH) Théorème fondamental du calcul intégral

Soit F une primitive de f, alors : $\int_a^b f(x)dx=\left[F(x)\right]_a^b=F(b)-F(a)$.

Suites arithmétiques

(u_n) étant une suite arithmétique de raison r

(Ar1) $u_n = u_0 + nr$.

(Ar2) $1+2+3+\cdots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

(Ar3) $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (n+1)\dfrac{u_0 + u_n}{2}$.

Suites géométriques

(u_n) étant une suite géométrique de raison q $(q \neq 1)$.

(G1) $u_n = u_0 q^n$ où (u_n) est géométrique.

(G2) $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(G3) $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

(G4) $\lim q^n = \begin{cases} +\infty \text{ si } q > 1 \\ 0 \text{ si } -1 < q < 1 \\ \text{n'existe pas si } q \leq -1 \end{cases}$.

Géométrie vectorielle dans l'espace

(R1) La droite $d(M_0, \vec{u})$ passant par $M_0\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$ et dirigée par $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

admet pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

(R2) La droite (AB) passant par $A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$ admet pour

représentation paramétrique : $(AB) : \begin{cases} x = x_A + (x_B - x_A)t \\ y = y_A + (y_B - y_A)t \\ z = z_A + (z_B - z_A)t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

(Pl1) Le plan (P) passant par le point $M_0(x_0;y_0;z_0)$ et dirigé par les vecteurs non colinéaires $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$ admet pour représentation paramétrique : $(P):\begin{cases}x=x_0+at+\alpha t'\\y=y_0+bt+\beta t'\\z=z_0+ct+\gamma t'\end{cases}$, $t,t'\in\mathbb{R}$.

(Pl2) Le plan (ABC) passant par les points $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$ et $C(x_C;y_C;z_C)$ admet pour représentation paramétrique : $(ABC):\begin{cases}x=x_A+(x_B-x_A)t+(x_C-x_A)t'\\y=y_A+(y_B-y_A)t+(y_C-y_A)t'\\z=z_A+(z_B-z_A)t+(z_C-z_A)t'\end{cases}$, $t,t'\in\mathbb{R}$.

(N) Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ alors $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ (dans un repère orthonormé).

(S1) $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$ (dans un repère orthonormé).

(S2) $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

(S3) $\vec{u}^2=\|\vec{u}\|^2$. En particulier $\overrightarrow{AB}^2=\|\overrightarrow{AB}\|^2=AB^2$.

(S4) $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$ et $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$.

(VN) $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de $(P):ax+by+cz+d=0$.

(O) $(P_1)\perp(P_2)$ équivaut à $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0$ avec $\vec{n}_1$ est un vecteur normal de (P_1) et $\vec{n}_2$ est un vecteur normal de (P_2).

Note : le formulaire est téléchargeable gratuitement sur le site www.editions-ellipses.fr/