

# Table des matières

<b>Première partie :</b>	<b>Systèmes monovariabiles</b>	<b>9</b>
<b>I</b>	<b>Systèmes en boucle ouverte</b>	<b>11</b>
1	Systèmes et fonctions de transfert . . . . .	11
1.1	Formulation générale . . . . .	11
1.2	Transformation de Laplace et fonction de transfert . . . . .	11
1.3	Pôles et zéros d'un système . . . . .	13
1.4	Stabilité d'un système . . . . .	13
1.5	Gain statique d'un système . . . . .	16
2	Etude temporelle des systèmes . . . . .	17
2.1	Systèmes du premier ordre . . . . .	17
2.2	Systèmes du second ordre . . . . .	18
2.3	Systèmes à retard . . . . .	24
2.4	Systèmes d'ordre quelconque . . . . .	24
3	Etude fréquentielle des systèmes par le diagramme de Bode . . . . .	25
3.1	Réponse fréquentielle d'un système et représentation . . . . .	25
3.2	Systèmes du premier ordre . . . . .	27
3.3	Systèmes du second ordre . . . . .	28
3.4	Systèmes d'ordre quelconque . . . . .	31
3.5	Systèmes à retard . . . . .	35
4	Etude fréquentielle par les lieux de Black et de Nyquist . . . . .	37
4.1	Description . . . . .	37
4.2	Tracé des lieux . . . . .	38
5	Exemple et programmes Matlab . . . . .	41
5.1	Le système Exemple . . . . .	41
5.2	Calcul de la réponse indicielle . . . . .	41
5.3	Calcul des réponses fréquentielles . . . . .	43
6	Exercices . . . . .	45
<b>II</b>	<b>Systèmes bouclés</b>	<b>50</b>
1	Algèbre des diagrammes . . . . .	50
2	Stabilité en boucle fermée . . . . .	52
2.1	Notion de stabilité en boucle fermée . . . . .	52
2.2	Critère de Routh-Hurwitz . . . . .	55
2.3	Critère de Nyquist . . . . .	59
2.4	Critère du revers . . . . .	62
3	Robustesse . . . . .	64
3.1	Notion générale de robustesse . . . . .	64
3.2	Marges de gain, de phase et de retard . . . . .	65

3.3	Marge de module . . . . .	68
3.4	Programme Matlab . . . . .	69
3.5	Exemple . . . . .	70
4	Performance . . . . .	72
4.1	Erreur statique en boucle fermée . . . . .	72
4.2	Erreur statique et bouclage intégral . . . . .	73
4.3	Rejet de perturbation . . . . .	74
4.4	Compromis robustesse/performance . . . . .	75
5	Exercices . . . . .	77
<b>III</b>	<b>Régulateur PID robuste</b>	<b>82</b>
1	Introduction . . . . .	82
2	Etude et conception d'un régulateur PDF . . . . .	84
2.1	Diagrammes de Bode . . . . .	84
2.2	Utilisation . . . . .	86
2.3	Programme Matlab associé . . . . .	86
2.4	Exemple . . . . .	87
3	Etude et conception d'un régulateur PI . . . . .	89
3.1	Diagrammes de Bode . . . . .	89
3.2	Utilisation . . . . .	90
3.3	Programme Matlab associé . . . . .	90
3.4	Exemple . . . . .	91
4	Conception d'un régulateur PID robuste . . . . .	93
4.1	Calcul du régulateur . . . . .	93
4.2	Programme Matlab associé . . . . .	94
4.3	Exemple . . . . .	95
5	Implantation du régulateur PID . . . . .	98
6	Conclusion . . . . .	101
7	Exercice . . . . .	102
<b>IV</b>	<b>Régulateur RST robuste</b>	<b>105</b>
1	Structure du régulateur RST . . . . .	105
2	La boucle fermée et son comportement . . . . .	106
2.1	Equations de la boucle fermée et stabilité . . . . .	106
2.2	Rejet de perturbation . . . . .	107
2.3	Annulation de l'erreur statique . . . . .	108
2.4	Filtrage du bruit de mesure . . . . .	108
3	Détermination du régulateur RST . . . . .	110
3.1	Polynômes $R$ et $S$ . . . . .	110
3.2	Polynôme $T$ . . . . .	113
4	Exemple de calcul et programme Matlab . . . . .	115
4.1	Calcul d'un régulateur RST . . . . .	115
4.2	Programme Matlab associé . . . . .	117
5	Exemple d'un système avec un zéro très rapide . . . . .	121
6	Conclusion . . . . .	123
7	Exercices . . . . .	123

<b>Deuxième partie :</b>	<b>Systemes multivariables</b>	<b>129</b>
<b>V</b>	<b>Représentation d'état d'un système</b>	<b>131</b>
1	Du formalisme de transfert au formalisme d'état . . . . .	131
2	Calcul d'une représentation d'état . . . . .	134
2.1	Les formes canoniques . . . . .	135
2.2	La méthode directe . . . . .	138
2.3	La méthode itérative . . . . .	143
2.4	Représentation d'état et formalisme de transfert . . . . .	148
3	Analyse d'un système mis sous forme d'état . . . . .	149
3.1	Commandabilité . . . . .	149
3.2	Observabilité . . . . .	150
3.3	Pôles et zéros . . . . .	151
3.4	Stabilité . . . . .	152
3.5	Solution de l'équation d'état . . . . .	152
4	Exemple et programme Matlab . . . . .	153
4.1	Exemple . . . . .	153
4.2	Programme Matlab . . . . .	155
5	Exercices . . . . .	156
<b>VI</b>	<b>Systemes bouclés multivariables</b>	<b>163</b>
1	Etude de la stabilité . . . . .	164
2	Du monovariabile au multivariable . . . . .	165
2.1	Diagramme de Bode d'un système multivariable . . . . .	165
2.2	Norme $H_\infty$ d'un système multivariable . . . . .	167
3	Représentation des incertitudes . . . . .	167
4	Robustesse en stabilité . . . . .	169
4.1	Schéma standard d'analyse . . . . .	169
4.2	Transformations linéaires fractionnaires . . . . .	170
4.3	Résultat de stabilité robuste . . . . .	171
4.4	Marges de stabilité . . . . .	172
5	Exercices . . . . .	175
<b>VII</b>	<b>Régulateur à retour d'état robuste</b>	<b>178</b>
1	Description du système et objectifs de commande . . . . .	178
2	Régulateur à retour d'état classique . . . . .	179
3	Régulateur à retour d'état et bouclage intégral . . . . .	181
3.1	Définition du système augmenté . . . . .	181
3.2	Solution du problème posé . . . . .	182
3.3	Forme du régulateur obtenu . . . . .	182
3.4	Calcul de $K_a$ . . . . .	183
3.5	Fonctions de sensibilité . . . . .	184
4	Régulateur à retour d'état robuste : le cas monovariabile . . . . .	187
4.1	Procédure générale de calcul . . . . .	187
4.2	Robustesse du régulateur . . . . .	188
4.3	Programme Matlab associé . . . . .	188
4.4	Exemple . . . . .	189
5	Régulateur à retour d'état robuste : le cas multivariable . . . . .	192

5.1	Principe du régulateur Linéaire Quadratique (LQ) . . . . .	193
5.2	Solution du problème . . . . .	194
5.3	Procédure générale de calcul . . . . .	194
5.4	Robustesse du régulateur . . . . .	195
5.5	Programme Matlab associé . . . . .	196
5.6	Exemple . . . . .	196
6	Exercices . . . . .	203
<b>VIII Observateur robuste</b>		<b>208</b>
1	Théorie des observateurs . . . . .	209
1.1	Synthèse retour d'état/observateur . . . . .	209
1.2	Régulateur à retour d'état/observateur et bouclage intégral . . . . .	213
1.3	Matrices de sensibilité . . . . .	217
1.4	Exemple monovariante . . . . .	218
2	Observateur robuste multivariable . . . . .	222
2.1	Observateur optimal . . . . .	222
2.2	Méthode LTR . . . . .	224
2.3	Programme Matlab . . . . .	225
2.4	Exemple . . . . .	225
3	Exercice . . . . .	229
<b>IX Commande à temps discret</b>		<b>231</b>
1	Introduction . . . . .	231
2	Signaux à temps discret . . . . .	231
2.1	Discrétisation et système discret . . . . .	231
2.2	Bloqueur d'ordre zéro . . . . .	232
3	Systèmes discrétisés . . . . .	232
3.1	Description générale . . . . .	232
3.2	Discrétisation d'un système sous forme de transfert . . . . .	233
3.3	Discrétisation d'un système sous forme d'état . . . . .	234
4	Propriétés structurelles des systèmes à temps discret . . . . .	235
4.1	Pôles et zéros . . . . .	235
4.2	Commandabilité et observabilité . . . . .	236
4.3	Stabilité . . . . .	236
4.4	Propriétés relatives à un système discrétisé . . . . .	236
5	Systèmes pseudo-continus . . . . .	237
5.1	Transformation de Tustin . . . . .	237
5.2	Représentations pseudo-continues . . . . .	238
6	Synthèse de régulateurs à temps discret . . . . .	239
6.1	Approches directes . . . . .	239
6.2	Discrétisation par approximation . . . . .	240
6.3	Passage par un système pseudo-continu . . . . .	240
7	Exercices . . . . .	244
<b>Troisième partie : Etudes de cas</b>		<b>249</b>
<b>X Linéarisation autour d'un point d'équilibre</b>		<b>251</b>

1	Notion de point d'équilibre . . . . .	251
2	Linéarisation et développement limité . . . . .	252
3	Exemple . . . . .	253
4	Exercice . . . . .	255
<b>XI</b>	<b>Commande robuste d'une suspension magnétique</b>	<b>258</b>
1	Présentation et modèle de fonctionnement . . . . .	258
1.1	Modélisation . . . . .	259
1.2	Linéarisation du modèle . . . . .	260
1.3	Changement d'échelle de temps . . . . .	262
1.4	Fonction de transfert de la suspension . . . . .	263
2	Calcul d'un régulateur RST robuste . . . . .	263
2.1	Choix des pôles en boucle fermée . . . . .	263
2.2	Calcul des polynômes $R(s)$ , $S(s)$ et $T(s)$ . . . . .	264
3	Calcul d'un régulateur PID . . . . .	265
4	Comparaison des deux approches . . . . .	265
4.1	Robustesse en stabilité . . . . .	265
4.2	Performance . . . . .	266
<b>XII</b>	<b>Commande robuste multivariable d'un hélicoptère</b>	<b>270</b>
1	Présentation et modèle de fonctionnement . . . . .	270
1.1	Position des différents centres de gravités . . . . .	272
1.2	Energie cinétique . . . . .	276
1.3	Energie potentielle . . . . .	278
1.4	Equations de Lagrange . . . . .	278
1.5	Linéarisation du modèle . . . . .	281
1.6	Représentation d'état de l'hélicoptère . . . . .	284
2	Régulateur à retour d'état robuste de l'hélicoptère . . . . .	285
2.1	Système augmenté . . . . .	285
2.2	Cahier des charges . . . . .	286
2.3	Calcul du régulateur . . . . .	287
<b>Annexe</b>		<b>293</b>
1	Transformations . . . . .	293
1.1	Transformations de Laplace et de Fourier (des fonctions) . . . . .	293
1.2	Transformations en $Z$ et de Fourier (des suites) . . . . .	294
1.3	Théorème de l'échantillonnage . . . . .	295
2	Calcul matriciel . . . . .	295
2.1	Opérations sur les matrices . . . . .	295
2.2	Valeurs propres, vecteurs propres et exponentielle de matrice . . . . .	297
2.3	Valeurs singulières . . . . .	298
3	Table de transformées de Laplace et en $Z$ . . . . .	298
4	Discretisation des processus usuels . . . . .	300