■ 1 ■

Circuits polyphasés
Tensions et courants polyphasés

SYSTEMES POLYPHASES, EQUILIBRES ET DESEQUILIBRES

► **Système de tensions polyphasées**

a) Définition

On appelle système polyphasé à q phases un système de q tensions sinusoïdaux ayant :

– même fréquence f ;

– même valeur efficace V ;

– même déphasage $\frac{2\pi}{q}$ de l'un à l'autre.

Exemple : expressions instantanées des générateurs, de valeur efficace E, en sinus (par exemple).

$$e_1 = E\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$e_2 = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{q}\right)$$

$$e_q = E\sqrt{2}\sin\left(\omega t - (q-1)\frac{2\pi}{q}\right)$$

Le système est équilibré en courant si les courants débités i_1, i_2 et i_3, …i_n vérifient la propriété suivante :

$$\boxed{i_1 + i_2 + i_3 + ... + i_n = 0}$$

Le système est équilibré si les impédances sont identiques (notation complexe) : $\boxed{\underline{z_1} = \underline{z_2} = ... = \underline{z_q} = \underline{z}}$

Les intensités des courants ont alors pour expressions instantanées :

$$i_1 = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi)$$

$$i_2 = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{q}\right)$$

$$i_q = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \varphi - (q-1)\frac{2\pi}{q}\right)$$

avec l'intensité efficace I du courant i égal à : $I = \frac{E}{Z}$.

Remarque : le déphasage φ est positif si les récepteurs sont inductifs, et négatif si les récepteurs sont capacitifs.

b) Montage dissymétrique

La dissymétrie d'un système polyphasé peut avoir deux origines :
– elle peut provenir d'un ou plusieurs générateurs : dissymétrie de tension efficace, dissymétrie de déphasage ;
– elle peut provenir d'un ou plusieurs récepteurs : dissymétrie d'impédance module et/ou argument.
Dans les deux cas le système des courants est déséquilibré.

c) Puissance transportée par un courant en régime sinusoïdal

Si un récepteur reçoit un courant d'intensité i_j sous la tension v_j de même fréquence, il absorbe la puissance instantanée : $p_j = v_j i_j$. Cette relation est valable que le système de courants soit équilibré ou déséquilibré.
On montre que :

$$\boxed{\overline{p}_j = P_j = V_j I_j \cos\varphi_j \text{ ; } Q_j = V_j I_j \sin\varphi_j \text{ ; } S_j = V_j I_j}$$

avec $\varphi_j = (\vec{i}_j, \vec{v}_j)$.

▶ Les montages étoile et polygone

a) Le montage en étoile

Dans ce type de montage on utilise (q + 1) fils au maximum. Le fil commun aux q circuits (q phases) est appelé le neutre. Ce montage permet d'obtenir 2q tensions (q entre phases et q par phase).

Si le système est équilibré : $\sum_{j=1}^{q} i_j = 0.$ On peut donc supprimer le neutre.

b) Le montage en polygone

Dans ce type de montage on utilise q fils. Il ne permet d'obtenir que q tensions.
Remarque : si le système générateur n'est pas équilibré, un courant circule dans le polygone des générateurs même en l'absence de courants absorbées par les récepteurs. Il crée des pertes Joules.

▶ Théorème de Boucherot

Dans un réseau électrique parcouru par des courants sinusoïdaux :
– il y a conservation des puissances actives :

$$P = \sum_{j=1}^{q} P_{j_{\text{géné.}}} = \sum_{j=1}^{q} P_{j_{\text{récept.}}}$$

– il y a conservation des puissances réactives si la fréquence est la même partout :

$$Q = \sum_{j=1}^{q} Q_{j_{\text{géné.}}} = \sum_{j=1}^{q} Q_{j_{\text{récept.}}}$$

Pour un système comportant q phases, on a alors :

$$\boxed{P = \sum_{j=1}^{q} \overline{p}_j = \sum_{j=1}^{q} V_j I_j \cos\varphi_j}$$

$$\boxed{Q = \sum_{j=1}^{q} V_j I_j \sin\varphi_j}$$

Remarque : si le récepteur est équilibré, P et Q se simplifient :

$$P = qV_j I_j \cos\varphi_j \ ; \ Q = qV_j I_j \sin\varphi_j$$

et la puissance apparente est égale à : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (1)

Ce théorème s'applique quelque soit :

– le nombre de phases du système ;

– les couplages des générateurs et des récepteurs ;

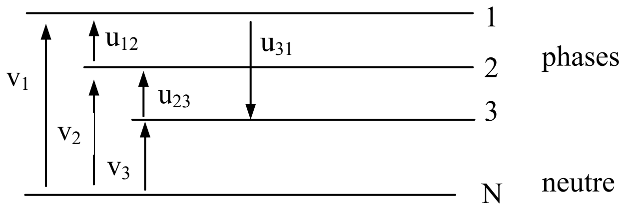
– les dissymétries du montage à l'exception de la relation (1) (le triangle des puissances suppose un réseau équilibré).

Dans un montage symétrique, tous les récepteurs élémentaires ont le même facteur de puissance : $k = \cos\varphi = \dfrac{P}{S}$.

Si le récepteur polyphasé est dissymétrique, chaque récepteur élémentaire a son propre facteur de puissance k_j : on ne parle pas de facteur de puissance dans le cas d'un récepteur polyphasé.

LE SYSTEME TRIPHASE EQUILIBRE DIRECT SINUSOÏDAL

▶ Définition. Représentation vectorielle



Le système est composé de trois phases et d'un neutre N.

Un réseau de tensions triphasés équilibré direct est constitué par :

– 3 tensions simples v_1, v_2, v_3 entre phases et neutre de valeurs efficaces égales :

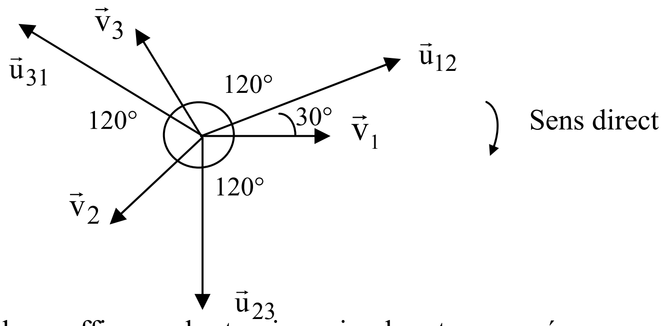
$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

– 3 tensions composées u_{12}, u_{23}, u_{31} entre deux phases de valeurs efficaces égales :

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$$

Dans le plan de Fresnel :

$$\overrightarrow{u_{12}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$
$$\overrightarrow{u_{23}} = \vec{v}_2 - \vec{v}_3$$
$$\overrightarrow{u_{31}} = \vec{v}_3 - \vec{v}_1$$



Relation entre les valeurs efficaces des tensions simples et composées :

$$\boxed{U = V\sqrt{3}}$$

Remarques :

– v_1 est avance sur v_2 ;

– les tensions composées forment aussi un système de tensions triphasés équilibré direct en avance de $\frac{\pi}{6}$ sur celui des tensions simples ;

– un réseau triphasé est toujours défini par sa tension composée.

▶ Ecriture complexe

Les vecteurs de Fresnel des tensions triphasés $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ sont décalés les uns par rapport aux autres d'un angle de $\frac{2\pi}{3}$. On introduit un opérateur de rotation complexe de $\frac{2\pi}{3}$. Soit :

$$\left.\begin{aligned} \underline{a} &= e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \underline{a}^2 &= e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}\right\} \text{avec} : 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$$

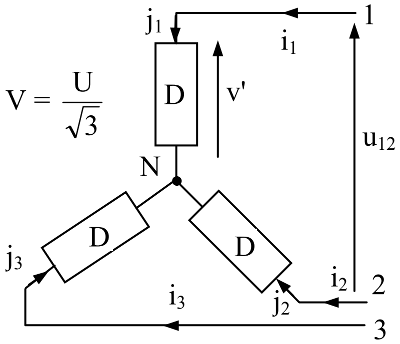
L'écriture des tensions simples devient : $\begin{cases} \underline{v_1} \\ \underline{v_2} = \underline{a}^2\,\underline{v_1} \\ \underline{v_3} = \underline{a}\,\underline{v_1} \end{cases}$.

▶ **Couplages**

On considère que les trois éléments D sont identiques, le système est alors équilibré. On appellera v' la tension aux bornes du dipôle D.

a) Couplage étoile

$$V' = V = \frac{U}{\sqrt{3}}$$



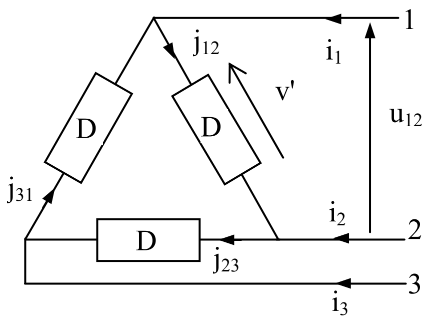
En étoile, chaque dipôle est soumis à la tension simple v' et est traversé par le courant par phase j égal au courant en ligne i. Soit $\underline{Z}$ l'impédance de chaque dipôle D.

En valeur efficace :

$$\boxed{I = J = \frac{V'}{Z}}$$

A tout instant : $\underline{i_N} = \underline{i_1} + \underline{i_2} + \underline{i_3} = 0$. Le fil neutre n'est pas nécessaire.

b) Couplage triangle



En triangle, chaque dipôle est soumis à la tension composée u et est traversé par le courant par phase j.

Il n'y a pas de neutre dans le couplage triangle.

En valeur efficace : $V' = U = V\sqrt{3}$.

Relation entre les valeurs efficaces du courant en ligne et du courant par phase :

$$\boxed{I = \sqrt{3}\ J}$$

▶ **Puissances en triphasé. Mesures**

Puissance active : $\boxed{P = \sqrt{3}\ UI \cos \varphi}$ ou $\boxed{P = 3\ V'J \cos \varphi}$ (W)

Puissance réactive : $\boxed{Q = \sqrt{3}\ UI \sin \varphi}$ ou $\boxed{Q = 3\ V'J \sin \varphi}$ (VAR)

Puissance apparente : $\boxed{S = \sqrt{3}\ UI}$ ou $\boxed{S = 3V'J}$ (V.A)

Remarque :

On verra au chapitre 2, comment ces grandeurs sont modifiées en régime non sinusoïdal triphasé équilibré.

a) Relation entre les puissances

$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$ $\boxed{P = S \cos \varphi}$ $\boxed{Q = S \sin \varphi}$ $\boxed{Q = P \tan \varphi}$

b) Facteur de puissance

$$\boxed{k = \cos\varphi = \frac{P}{S} \text{ avec } \varphi = (\vec{j}, \vec{v}')}$$

c) Mesures

Les puissances se mesurent avec des wattmètres ou des pinces multifonctions.

– Les méthodes à un seul wattmètre supposent toujours que les circuits sont équilibrés.

– Les méthodes à deux wattmètres ne sont utilisables que pour les circuits trois fils. Si le système est *équilibré en courant,* que le récepteur soit équilibré ou non, elle donne la puissance active :

$$P = P_1 + P_2.$$

Si le récepteur est équilibré, elle donne en plus la puissance réactive :

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2)$$

Si le récepteur est déséquilibré, la méthode d'Iliovici donne la puissance réactive :

$$Q = \sqrt{3}(P_1 + P_2)$$

Remarque : chaque wattmètre mesure une puissance notée P_1 et P_2. Ces relations sont algébriques. Prises séparément ces puissances ne représentent rien.

SYSTEMES TRIPHASES DESEQUILIBRES

▶ Généralités

Un système triphasé est déséquilibré suivant les situations suivantes :

– le réseau est équilibré en tension mais le récepteur est dissymétrique ; c'est la situation industrielle la plus fréquente ;

– le réseau est déséquilibré en tension (cas exceptionnel) et :

- Le récepteur est symétrique ;
- Le récepteur est dissymétrique.

Il existe deux méthodes de résolution des circuits déséquilibrés :

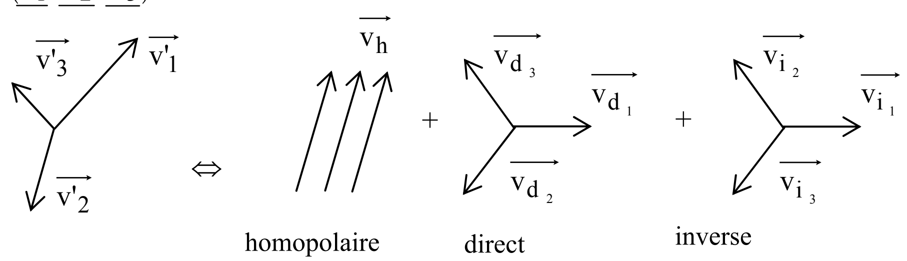
– les méthodes algébriques (loi des nœuds, loi des mailles, transformation étoile/ triangle, théorème de Thèvenin…) (cf. contrôle) ;

– la méthode des composantes symétriques.

▶ Composantes symétriques d'un système triphasé déséquilibré

a) Définition

Tout système de trois grandeurs vectorielles de même nature et de même fréquence est égal à la superposition de trois systèmes équilibrés de même fréquence : un système triphasé direct, un système triphasé inverse et un système homopolaire. Cette décomposition est unique c'est-à-dire qu'il n'existe qu'un seul ensemble $(\underline{v_d};\underline{v_i};\underline{v_h})$ associé à un système donné $(\underline{v'_1};\underline{v'_2};\underline{v'_3})$:



Par définition les trois grandeurs $\underline{v_{i_1}}, \underline{v_{d_1}}$ et $\underline{v_h}$ sont appelés composantes symétriques de $\underline{v'_1}$.

b) Transformation de Fortescue

La connaissance d'un système triphasé $(\underline{v'_1};\underline{v'_2};\underline{v'_3})$ permet de déterminer les composantes symétriques $\left(\underline{v_{d_1}};\underline{v_{i_1}};\underline{v_h}\right)$ du système par les relations suivantes :

$$\boxed{\begin{aligned}\underline{v_{d_1}} &= \frac{1}{3}\left(\underline{v'_1} + \underline{a}\,\underline{v'_2} + \underline{a}^2\underline{v'_3}\right)\\ \underline{v_{i_1}} &= \frac{1}{3}\left(\underline{v'_1} + \underline{a}^2\,\underline{v'_2} + \underline{a}\,\underline{v'_3}\right)\\ \underline{v_h} &= \frac{1}{3}\left(\underline{v'_1} + \underline{v'_2} + \underline{v'_3}\right)\end{aligned}}$$

c) Détermination des composantes symétriques

Les composantes symétriques d'un système déséquilibré se déterminent soit en utilisant la transformation de Fortescue soit par une détermination graphique.

d) Composantes symétriques des tensions (ou courants) composés

Le système des tensions composées $(\underline{u_{12}},\underline{u_{23}},\underline{u_{31}})$ du système de tensions simples $(\underline{v'_1};\underline{v'_2};\underline{v'_3})$ admet pour composantes symétriques les tensions composées des composantes symétriques directes, inverses des tensions simples $\underline{v'_1}, \underline{v'_2}$ et $\underline{v'_3}$.

▶ Etude énergétique des systèmes triphasés déséquilibrés

a) Puissance apparente complexe

La puissance apparente complexe du récepteur déséquilibré s'exprime par :

$$\underline{S} = \underline{v'_1}\,\underline{i_1}^* + \underline{v'_2}\,\underline{i_2}^* + \underline{v'_3}\,\underline{i_3}^*$$

En utilisant les composantes symétriques, on a :

$$\boxed{\underline{S} = 3\underline{v}_{d_1}\underline{i}_{d_1}^{*} + 3\underline{v}_{i_1}\underline{i}_{i_1}^{*} + 3\underline{v}_{h}\underline{i}_{h}^{*}}$$

On en déduit :

$$\boxed{\underline{S} = \underline{S}_d + \underline{S}_i + \underline{S}_h}$$

b) Puissance active

La puissance active est la partie réelle de la puissance apparente complexe :

$$\boxed{P = \mathrm{Re}(\underline{S}) = P_d + P_i + P_h}$$

c) Puissance réactive

La puissance réactive est la partie imaginaire de la puissance apparente complexe :

$$\boxed{Q = \mathrm{Im}(\underline{S}) = Q_d + Q_i + Q_h}$$

d) Facteur de puissance

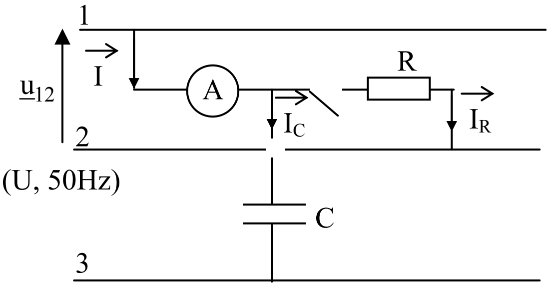
$$\boxed{k = \frac{P}{S} = \frac{P_d + P_i + P_h}{\sqrt{(P_d + P_i + P_h)^2 + (Q_d + Q_i + Q_h)^2}}}$$

◣ Enoncés des exercices ◢

On se place en régime sinusoïdal pour tous les exercices.

■ Exercice 1 : Détecteur de l'ordre des phases............................

Soit le schéma de la figure 1



Données :

- Ampèremètre parfait
- $R = \dfrac{1}{C\omega}$
- K = 0, interrupteur ouvert, l'ampèremètre A indique I_1
- K = 1, A indique I_2

Figure 1 : Schéma de détecteur d'ordre des phases